La predicción de resultados en procesos industriales

Una herramienta de control basada en el Conocimiento

Results prediction in industrial processes.

A control tool based on the Knowledge

- Argoitz Zabala-Uriarte
- Ramón Suárez-Creo
- Julián Izaga-Maguregi

Coordinador del Proyecto PREDICAST Director de Procesos Avanzados Director de Tecnología e Innovación AZTERLAN Azterlan Azterlan

Recibido: 26/11/08 • Aceptado: 05/02/09

ABSTRACT

- The difficulties involved in most metallurgical processes are well known, specially when the
 number of factors that act in them is very high. The problems are even more important if we
 want to forecast the process behaviour, because it is not easy to build a framework of links
 between the critical variables using the available information.
- This work takes into account the availability of several computer generic tools which, with a suitable adaptation and endowed with the specific knowledge, are able of "learning" the process, of connecting a lot of facts and of forecasting the product quality, sustaining at the same time the process under control. These tools manage the plant information, help to reach a robust process, increase its knowledge and improve its performance, related with the reject level in ppm. The development of this type of tools, were considered some years ago as utopian.
- The analytical method used is based in an initial selection of the defect that we want to study
 an the, factor or characteristics managing the process. Afterwards we will describe the most
 likely potential causes, source of the studied defect, and we will arrange them and give
 priority with probabilistic criteria, searching the root causes to all of them.
- During the running of industrial processes we will connect, through the computer program, the experimental measurements of the selected factors with the actual results, so that the system learns, and at the same time we can reject the less significant variables, impoving that way the reliability of the prediction
- The conclusions are based in real applications, put in practice in different lines of production, for the validation of the system and the testing of its efficiency using the corresponding success index.
- Key words: Knowledge management, process control, Bayesian analysis, artificial intelligence, iron castings.

RESUMEN

Son bien conocidas las dificultades que rodean la mayor parte de los procesos metalúrgicos, especialmente cuando el número de factores que interactúan en ellos es muy elevado. Los problemas son aun más importantes si deseamos predecir el comportamiento del proceso, ya que no es fácil establecer relaciones de correspondencia entre las variables críticas utilizando la información disponible.

Este trabajo tiene en cuenta la existencia de varias herramientas informáticas genéricas que, con una adaptación adecuada y dotadas con el conocimiento específico, son capaces de "aprender" el proceso, de interrelacionar grandes volúmenes de datos y de predecir la calidad del producto, manteniendo al mismo tiempo el proceso bajo control. Estas herramientas gestionan la información de la planta, ayudan a obtener un proceso robusto. aumentan conocimiento mejoran У resultados, afectados por el nivel de rechazos en ppm. El desarrollo de este tipo de herramientas era considerado hace algunos años como utópico.

El método empleado se basa en la selección del defecto que deseamos abordar y de los parámetros o factores que gestionan el proceso. Después analizaremos las causas potenciales más probables, origen del defecto estudiado y las ordenaremos y priorizaremos con criterios probabilísticos, buscando las causas de raíz entre todas ellas

Durante la realización del proceso industrial iremos asociando, a través del programa informático, las mediciones experimentales de los factores seleccionados con los resultados obtenidos, de forma que el sistema aprenda y, al mismo tiempo, podamos desechar las variables menos significativas, mejorando de ese modo la fiabilidad de la predicción.

Las conclusiones se basan en aplicaciones reales llevadas a cabo en diferentes líneas productivas, para la validación del sistema y la verificación de su eficiencia, utilizando el correspondiente índice de acierto.

Palabras clave: Gestión del conocimiento, control de procesos, análisis bayesiano, inteligencia artificial, hierro fundido.

1. CONSIDERACIONES PREVIAS

La complejidad de muchos procesos productivos hace que una parte significativa de los esfuerzos del sistema y de sus responsables se oriente a la resolución de problemas. La incorporación cada vez más racional del conocimiento para hacer frente a los costes de no calidad y/o alcanzar mínimos niveles de rechazos y reprocesos, nos orienta a modificar la forma de abordar la solución de esos problemas, gestionando al mismo tiempo el propio conocimiento.

La mayor parte de los procesos utilizan un diseño previo del mismo, basado con frecuencia en herramientas de simulación y, durante su ejecución, en importantes dispositivos de control de sus parámetros y de los resultados obtenidos. Desde un punto de vista conceptual, pueden establecerse dos metodologías de trabajo para el análisis de incidencias y la gestión de la fabricación:

- Sistema convencional.
- Sistema predictivo.

1.1. SISTEMA CONVENCIONAL.

Su principal objetivo es mantener los diferentes parámetros entre los límites de control previstos. Al mismo tiempo se van obteniendo gran número de datos sin prioridades claras y las distintas áreas de fabricación manejan las informaciones de sus operaciones con rara o nula conexión con las otras. Cuando sucede un problema, la identificación de las causas de raíz es muy complicada y, en muchos casos, el resultado final resulta infructuoso, aun después de hacer importantes esfuerzos. Mediante la

metodología convencional es difícil establecer relaciones causa-efecto, pues además buena parte de la información disponible puede ser irrelevante.

1.2. SISTEMA PREDICTIVO.

Se trata de un método basado en la objetividad, con capacidad para efectuar análisis multivariable, de identificar factores críticos y de integrar en el conocimiento un aprendizaje continuo. La conjunción de estos elementos en una herramienta informática y el uso de algoritmos matemáticos avanzados le permiten actuar como herramienta de predicción.

Con estas premisas, la herramienta puede operar de un modo predictivo, de forma que sea posible adoptar medidas correctoras antes de que aparezcan los defectos. El procesado de la información se lleva a cabo en tiempo real, cosa importante para que resulte una ayuda eficaz en la toma de decisiones adecuadas en el momento adecuado.

A la hora de poner en marcha el sistema predictivo, es necesario acotar el alcance de la aplicación y, por ello, resulta interesante utilizarlo en el análisis de un defecto cuya solución sea especialmente compleja. En situaciones de esta naturaleza se consigue visualizar fácilmente la complementariedad del conocimiento existente y alcanzar rigor analítico, ya que los métodos habituales de resolución de problemas no resultan eficaces.

Tras la selección del problema sobre el que se realiza la aplicación se hace necesario desarrollar los seis pasos siguientes:

- Registro de todas las causas o factores potenciales que originen el problema (aportación del conocimiento).
- Recopilación y análisis de la información relativa al proceso.
- Configuración de una red básica capaz de incorporar esos factores potenciales.
- Diseño del plan experimental con los productos fabricados, que permitan establecer relaciones de correspondencia causa-efecto.
- Refinamiento de la red basado en el estudio de las variables y de la evolución del defecto seleccionado.
- Implantación en el modelo productivo, basada en la identificación de los factores determinantes.

La gestión de los parámetros del proceso no puede llevarse a cabo mediante métodos convencionales de análisis y, por ello, es precisa la adaptación de un adecuado sistema informático capaz de gestionar grandes volúmenes de datos.

2. DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA

2.1. OBJETIVOS BÁSICOS.

El desarrollo de esta herramienta para control del proceso y gestión de su conocimiento requiere, al menos, superar las siguientes dificultades:

- Capacidad de análisis de un gran volumen de información.
- Posibilidad de establecer inter-conexiones entre los parámetros más relevantes del proceso, priorizando cada uno de ellos.
- Gestión del conocimiento global del proceso, utilizando todos los medios disponibles.
- Identificación de todas las actuaciones que no aportan mejoras al proceso.
- Integración de la experiencia y conocimientos individuales existentes en la organización a un sistema experto.

2.2. PRINCIPIOS UTILIZADOS

Los pasos a dar para superar las dificultades citadas y establecer una herramienta válida son:

- Identificación: Selección del defecto o incidencia que deseamos contemplar, basado en su importancia o en otro criterio de decisión.
- Análisis: Recopilación de la información disponible del proceso, determinando los parámetros más relevantes y los medios con que se cuenta en la planta para controlarlos.
- *Mapas causales:* Desarrollo de la red inicial que incluya una clara identificación de todos los parámetros de fallo potencial.
- Predicción: Diseño de los ensayos de producción industrial que permitan un posterior análisis de los resultados, recogiendo y registrando al mismo tiempo toda la información del proceso.
- *Refinado de la red:* Rechazo por el sistema de todas las variables inicialmente consideradas que se

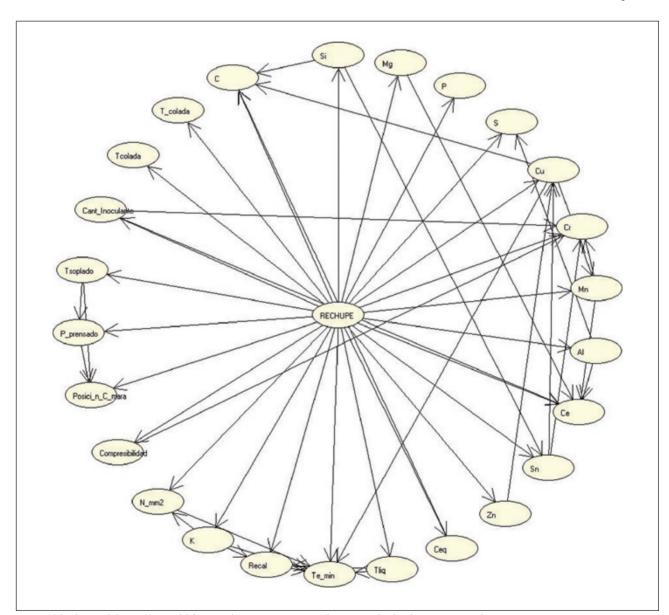


Fig. 1. Red de relaciones de las variables con el defecto a predecir e interacciones entre ellas (corresponde a la aplicación experimental)



Fig. 2 — Pantalla de predicción del sistema que a partir de los datos introducidos deduce el riesgo de defecto

compruebe que no tienen influencia en el problema.

- *Implantación:* Incorporar el sistema a las condiciones propias de la fabricación, de forma que pueda gestionar el proceso en tiempo real.
- Retroalimentación y aprendizaje: Actualización automática por el sistema de toda la información relevante con una mejora continuada del control y respuesta final del proceso.

2.3. CONSTRUCCIÓN DE LA HERRAMIENTA.

Para hacer operativo lo que se ha citado como "mapas causales", se ha desarrollado un módulo de análisis en forma de software informático. Con ese objeto hemos adaptado una solución general de minería de datos a la problemática de los procesos industriales en general y, en este caso, a los de fundición en particular. Para esta adaptación se ha utilizado un motor de redes bayesianas PNL (*Probabilistic Networks Library*) orientado a procesos industriales.

Se han escogido las redes bayesianas frente a otros tipos de sistemas inteligentes por su capacidad de representar el conocimiento y ofrecer resultados aceptables en situaciones sometidas a un alto grado de incertidumbre. Pensamos que es la solución que mejor se adecua a procesos complejos y poco estudiados globalmente, al menos con herramientas que traten la información que se va obteniendo de manera coordinada y objetiva. De esta manera se ha conseguido y comprobado por el plan experimental, que se trata de una herramienta capaz de obtener, mediante las informaciones recibidas y tratadas, un conocimiento completo del proceso industrial estudiado.

En un primer paso, el programa realiza el aprendizaje tanto estructural como paramétrico a partir de los datos del proceso almacenados. Con el aprendizaje estructural obtiene una representación de las relaciones que existen, tanto entre las variables que representan el proceso como de la relación existente entre cada una de ellas con el resultado

final. defecto 0 incidencia que deseamos contemplar (ver fig. 1). En el aprendizaje paramétrico se obtiene el "peso" o influencia exacta de las mismas. Una vez completados ambos aprendizajes, si calidad la de la información suficientemente buena, proceso y su problemática quedan definidos.

A partir de ese momento, se procede a

la explotación de la información. Ello puede hacerse empleando dos vías: por un lado es posible realizar inferencias, es decir, a partir de las variables de entrada predecir el resultado final del proceso, y por otro, obtener un análisis de sensibilidad del proceso, lo que significa conocer cuales son las variables que influyen en mayor medida en ese resultado final.

Como una muestra de lo expuesto presentamos (ver fig. 2) una de las pantallas de inferencia / predicción realizada para un momento puntual durante la producción. Los valores medidos de los parámetros para poder obtener la predicción están introducidos manualmente en esta pantalla y el resultado final se recoge en otra pantalla en forma de porcentaje (X% SÍ HAY RIESGO e Y% NO HAY RIESGO). Es posible la automatización del sistema, de forma que recoja los valores de los parámetros automáticamente de los aparatos de control, de análisis o de medición, consiguiéndose de ese modo una predicción "on line".

2.4. ORIGINALIDAD DEL PROYECTO.

Si bien estos fundamentos matemáticos e informáticos son ampliamente conocidos, no lo es tanto su uso para la gestión de procesos industriales, en los que somos capaces de:

- abordar procesos de muchas variables realizando una priorización de las mismas según su incidencia en el problema a predecir.
- diseñar una operación con medios informáticos robustos y sencillos a partir de los pasos de elaboración inicial de la herramienta.
- basar la herramienta en el conocimiento de los expertos del proceso.
- llegar al establecimiento de toma de datos "on line", aprovechando al máximo los controles y/o automatizaciones existentes.

Argoitz Zabala-Uriarte, Ramón Suárez-Creo, Julián Izaga-Maguregi

3. PLAN EXPERIMENTAL

La aplicación real de esta herramienta predictiva se ha llevado a cabo en un proceso de fundición en serie fabricando piezas en hierro nodular para la industria de automoción. Tradicionalmente esta industria es la que ha venido exigiendo cada vez más estricto cumplimiento de los requisitos de calidad, aunque actualmente otros sectores como ferrocarriles, motores, eólico, etc., se han sumado a esta tendencia de elevar el nivel de sus características.

Por otra parte, la complejidad del proceso de fundición, con su gran número de variables puede llevar a menudo a resultados inciertos y eso a pesar de los numerosos medios de control puestos en juego, como son diseño y simulación del llenado y de la alimentación, análisis de las arenas, composición química, análisis térmico, medición de temperaturas, etc. El día a día de la producción muestra que todos ellos son a veces insuficientes para cumplir las exigencias del mercado.

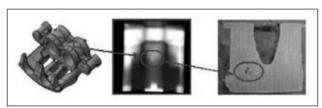


Fig. 3 — Pieza utilizada en la aplicación experimental de la herramienta predictiva (se señala la zona de aparición habitual de los defectos de microrrechupe)

Cada uno de estos controles de las variables del proceso trabaja en general separadamente, sin conexiones que puedan llevar a una evaluación global del mismo y que permitan predecir la presencia o ausencia de un defecto determinado y explicar muchos de los problemas que puedan surgir en el transcurso de la fabricación. Es lo que pretendemos superar con nuestra herramienta.

3.1. PIEZAS PARA VALIDACIÓN.

Las piezas escogidas para validar esta herramienta han sido pinzas bi-cilíndricas de freno, fabricadas en hierro nodular GJS-500.7 (ISO 1083), de tres tipos diferentes producidas en dos plantas distintas, coincidiendo en:

- Proceso industrial similar y estable, con moldeo automático sin caja de partición vertical (DISAMATIC), fusión del hierro nodular en horno de inducción y colada automatizada.
- Importantes medios de control y amplio sistema de recogida de datos.
- Selección del defecto a estudiar conocido como micro-rechupe (ver fig. 3), concurriendo como causa para su aparición varios condicionantes

- cuya correlación es muy compleja. Los tres tipos considerados muestran un comportamiento inconsistente, apareciendo el defecto en todos los lotes fabricados, con una media de rechazos por esta causa del 2,7%, pudiendo llegar en ocasiones a niveles alarmantes cercanos al 5%.
- Este defecto es crítico pues origina pérdida en la prueba hidráulica de la pieza. Por esa razón el 100% de ellas debe ser controlado por radiografía.

Las cavidades del micro-rechupe se originan durante la solidificación por la contracción secundaria del metal. Es uno de los problemas más difíciles de evitar en la producción de hierro nodular pues en él intervienen muchos parámetros del proceso. Para definirlos se ha realizado previamente un análisis causa-efecto (ver fig. 4) con objeto de incorporar al conocimiento del sistema todas las que de alguna manera son controladas. El hecho de admitir inicialmente un gran número de variables no supone dificultad adicional, pues el mismo sistema las refina y seleccionará solo las que supongan influencia relevante. Como ello se derivará de los datos de resultados reales en las fases experimentales, se evitan interpretaciones personales o subjetivas y el número de variables realmente influyentes se reduce considerablemente.

3.2. RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACIÓN.

Como el defecto considerado tiene un carácter subcutáneo su evaluación se efectúa para todas las piezas por ensayo no destructivo de rayos X, utilizando para aceptación o rechazo los criterios establecidos por la industria de automoción que, en este caso, no permite la aparición de ninguna indicación. En caso de duda se contrasta este ensayo por ultrasonidos.

Previamente a su producción en serie, las piezas han seguido todos los pasos exigidos por los clientes para la validación del proceso (estudio de factibilidad, prototipos,

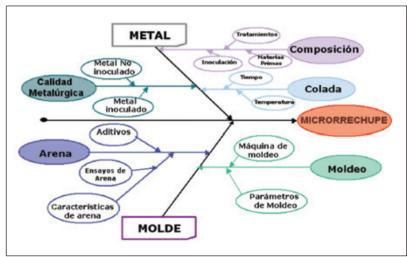


Fig. 4 — Diagrama causa-efecto correspondiente al proceso de la aplicación experimental

Como el defecto considerado tiene un carácter subcutáneo su evaluación se efectúa para todas las piezas por ensayo no destructivo de rayos X

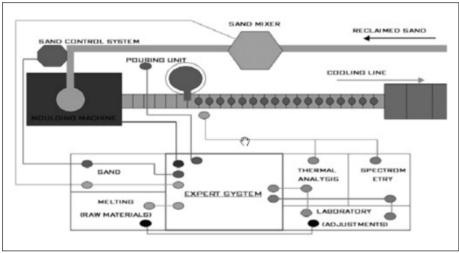


Fig. 5 — Integración de la toma de datos para el sistema predictivo experto en el proceso de fundición

cálculo de capacidad, pre-serie, etc.). Destacan entre ellos los trabajos de simulación para el llenado, alimentación y solidificación por ordenador (PAM-QUICKCAST), con los que se ha ido mejorando en lo posible la clara tendencia de las piezas para desarrollar problemas de contracción secundaria. La conclusión real es que, a pesar de persistir cierta tendencia, una mayoría de las piezas producidas están libres de defecto y la clave es alcanzar un proceso capaz de superarla; sin embargo los resultados de la experimentación también han sugerido algunas mejoras en la secuencia de llenado y en la disposición de las entradas de metal.

En la fig. 5 se presenta el esquema del proceso de producción, señalando la ubicación de los puntos de

obtención de datos para los parámetros de control del proceso que se han tenido en cuenta para la creación del sistema. Entre ellos están por ejemplo:

- Características del molde, como resistencias de la arena, presiones de disparo y vibrado, etc.
- Calidad metalúrgica, como composición química, análisis térmico (THERMOLAN), Mg residual, subenfriamiento (T_{E(min)}), recalescencia, acondicionadores o tipo y cantidad de inoculantes.
- Parámetros de colada, como temperatura y tiempo.

En total se identificaron e introdujeron inicialmente en el sistema experto gran número de variables y entre ellas, la red encontró a 9 como básicamente influyentes. Utilizando el plan de toma de datos de las variables, a cada una de las cuales el sistema aplica el peso que ha deducido, y con la base de los resultados obtenidos por el control del defecto, el mismo sistema, incorporando retroalimentación adicional, informaba del estado del real proceso. En la Tabla 1 se muestran los datos obtenidos en dicho plan.

Los lotes que según el control de esas 9 variables eran identificados por el sistema como *situaciones sin riesgo*, estuvieron prácticamente libres de defecto. Al contrario,



Esta herramienta puede aplicarse a todo tipo de procesos que supongan elevada dificultad de control

Identificación de las piezas	Piezas ensayadas	Rechazos porcentaje medio	Algunos factores determinantes identificados por el sistema
Pieza A Fundición 1	427	4,2%	Dureza del molde Mg residual Recalescencia
Pieza B Fundición 1	388	2,7%	T _{E(min)} Recalescencia Inoculante
Pieza C Fundición 2	289	1,3%	Presión de moldeo Temperatura de colada Recalescencia

Las diferencias competitivas se apoyan en el conocimiento y en la tecnología.

Tabla 1 — Resumen de piezas ensayadas en la fase experimental

cuando la herramienta de predicción diagnosticaba *situaciones de riesgo*, aparecían piezas defectuosas, ayudando a decidir previamente la severidad de la inspección y a incidir sobre el proceso corrigiéndolo para los lotes siguientes. En la Tabla 2 se indica la fiabilidad alcanzada en las predicciones.

Identificación de las piezas	Predicción	Nivel de éxito
A	Situación de riesgo No situación de riesgo	87% sí 96% no
В	Situación de riesgo No situación de riesgo	92% sí 100% no
С	Situación de riesgo No situación de riesgo	95% sí 100% no

Tabla 2 — Nivel de éxito en las predicciones (el % indica el porcentaje de los lotes que sí contenían o no contenían alguna pieza defectuosa cuando la predicción indicaba que existía riesgo o no existía riesgo)

4. CONCLUSIONES

- Las redes de probabilidad causal, utilizadas como base matemática para desarrollar esta herramienta predictiva, permiten interrelacionar diferentes eventos. El sistema puede procesar un elevado volumen de información mediante sus algoritmos avanzados.
- El sistema de predicción necesita utilizar el conocimiento ya existente en la organización, de

- forma que puedan identificarse las claves o variables que determinan el desarrollo de los defectos.
- Las incidencias o defectos de difícil solución, tal y como sucede en el caso concreto del microrrechupe, requieren del conocimiento y manejo de grandes volúmenes de información. La selección de las variables determinantes y su priorización es posible mediante sistemas basados en las redes bayesianas.
- En cualquier proceso de base tecnológica y, como se ha visto, en el de fundición, las diferencias competitivas se apoyan en el conocimiento y en la tecnología. Esta herramienta predictiva integra el conocimiento de las personas en el proceso productivo y objetiviza la resolución de problemas.
- Desde un punto de vista pragmático la clave se encuentra en el índice de acierto, es decir, en la capacidad para predecir sucesos. Los resultados que se desprenden de las implantaciones llevadas a cabo son plenamente satisfactorios, ya que el grado de fiabilidad es francamente elevado y será posible incrementarlo en un futuro.
- El futuro desarrollo de esta herramienta predictiva se orientará a la ampliación de la capacidad del sistema, a la automatización de la captura de datos y a la integración del conocimiento en una red global de análisis de incidencias.

El Centro de Investigación Metalúrgica AZTERLAN (www.azterlan.es) dispone de la capacidad tecnológica para realizar las aplicaciones necesarias con esta herramienta a todo tipo de procesos que supongan una elevada dificultad de control y predicción por estar afectados de numerosos factores. Sus trabajos actuales continúan ampliando experiencia y práctica en ese sentido.

5.- BIBLIOGRAFÍA

- Castillo E, Gutierrez JM, Hadi A. "Sistemas Expertos y Modelos de Redes Probabilísticas".
 Monografías de la Academia de Ingenierfa. ISBN 8460093956, 1998.
- Gerard L, Bhadeshia HKDH, Mackey D.J.C, Suzuki S. "Bayesian neural network model for austenite formation in steels". *Materials Science* and Technology, Vol. 12, 453-463. June 1996.
- Yescas MA. "Prediction of the Vickers hardness in austempered ductile irons using neural networks".
 Int. J. Cast Metals Res., 513-521, 2003.
- Patent US 2005/0180876 A 1. "Inoculation alloy against micro-shrinkage cracking for treating cast iron castings".
- Siclari R, Margaria T, Berthelet E, Fourmann J. "Microshrinkage in Ductile Iron/Mechanism and Solution". Keith Millis Symposium on Ductile Cast Iron, 2003.
- Loper CR Jr., University of Wisconsin Madison, "Graphite Pretreatment of Ductile Irons". AFS Transactions.
- Nastac L, Stefanescu DM, 1993 Trans. AFS 101: 329.933.
- Zabala A, Suarez R, Izaga J. "Key factors for innovation and competitiveness in the Foundry Industry". IV International Foundry Technical Forum, Bilbao 2007.
- Zabala A, Suarez R, Izaga J. "Iron castings.
 Advanced prediction tools, foundry process
 control and knowledge management".
 Proceedings of the 68th WFC World Foundry
 Congress, 2008.
- Vitek JM, David SA, Hinman CR. "Improved ferrite number prediction model that accounts for cooling rate effects part 1 model development". Welding Journal, vol. 82, pp. 1017, 2003.
- Vasudevan M, Muruganath M, Bhaduri AK.
 "Application of bayesian neural network for modelling and prediction of ferrite number in austenitic stainless steel welds". *Mathematical Modelling of Weld Phenomena* – VI. London: Institute of Materials, 2002, pp. 1079–1100.

- Pearl J. "Reverend Bayes on inference engines: a distributed hierarchical approach" in Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence, 1982, pp. 133–136.
- Liu Y, Li SQ. "Decision support for maintenance management using bayesian networks," in Proceedings of the International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing" (WiCom 2007), 2007, pp. 5713–5716.
- Abramson B, Brown J, Edwards W, Murphy A, Winkler RL, "Hailfinder: A Bayesian system for forecasting severe weather," *International Journal of Forecasting*, vol. 12, no. 1, pp. 57–71, 1996.
- Davis G And Pei J. "Bayesian networks and traffic accident reconstruction," in Proceedings of the 9th international conference on Artificial Intelligence and Law (ICAIL), 2003, pp. 171–176.
- Davis G. "Bayesian networks, falsification and belief revision in accident reconstruction," in Proceedings of the Transportation Research Board 85th Annual Meeting, 2006.
- Pearl J. "Graphical models for probabilistic and causal reasoning," in Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems, Volume 1: Quantified Representation of Uncertainty and Imprecision, D. M. Gabbay and P. Smets, Eds. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998, pp. 367–389.
- Pearl J And Russell S. "Bayesian networks," Tech. Rep. R-216, Computer Science Department, University of California, Los Angeles, 2000.
- Spirtes P, Glymour C, Scheines R. "Causation, prediction and search" Second Edition (Adaptative computation and machine learning). The MIT Press, 2001.
- Floyd S, Warmuth MK. "Sample compression, learnability and the Vapnik -Chervonenkis dimension," *Machine Learning*, vol. 21, no. 3, pp. 269–304, 1995.
- Davies S, Moore A. "Bayesian networks for lossless dataset compression," in *Knowledge Discovery and Data Mining*, 1999, pp. 387–391.
- Graepel T, Herbrich R, Shawe-Taylor J. "PAC-bayesian compression bounds on the prediction error of learning algorithms for classification," *Machine Learning*, vol. 59, no. 1-2, pp. 55–76, 2005.

ANEXO 1

Teorema de Bayes.

Thomas Bayes fue un matemático británico del siglo XVIII. El teorema que lleva su nombre se refiere a la probabilidad de que ocurra un suceso condicionado por la ocurrencia de otro suceso.

Este teorema resuelve el problema de la probabilidad inversa. Esto es, permite valorar probabilisticamente las posibles condiciones que rigen la ocurrencia de un suceso.

Actualmente, con base en la obra de este matemático, se ha desarrollado una poderosa teoría que ha conseguido notables aplicaciones en las más diversas áreas del conocimiento. Algunos de esos campos de aplicación son la prevención del fraude fiscal, la predicción meteorológica, la prevención del abandono de clientes, el mantenimiento preventivo, la detección de enfermedades, el control del trafico terrestre, marítimo y aéreo, etc.

Sean A_1 , A_2 ... A_i ..., A_n un sistema completo de sucesos incompatibles, de cada uno de los cuales se produce el mismo suceso B; llamaremos:

 $P(A_i)$ a cada una de las probabilidades de ocurrencia de los sucesos A_i : son las denominadas probabilidades "a priori".

 $P(B/A_i)$ la probabilidad de ocurrencia del suceso B condicionado o en la hipótesis de que haya ocurrido el suceso A_i .

La probabilidad, una vez constatada la ocurrencia de B, de que haya sido ocasionada por la ocurrencia de A_i , $P(A_i/B)$, conocida por probabilidad "a posteriori" viene dada por:

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B \mid A_i)P(A_i)}$$

Un sencillo ejemplo:

Tres máquinas idénticas, A₁, A₂ y A₃ producen respectivamente el 50%, el 30% y el 20% del total de piezas iguales producidas en un taller. El porcentaje respectivo (probabilidad "a priori") de defectuosas en cada una de ellas sabemos que es del 2%, 3% y 4%. Llamemos D a una pieza defectuosa y B a una pieza buena, no defectuosa.

Elegimos una pieza al azar del conjunto, indistinguible entre todas las fabricadas.

La probabilidad de que la pieza elegida sea defectuosa, P(D), será la suma de probabilidades de haberla obtenido por cualquiera de las máquinas:

$$P(D) = P(A_1) \langle P(D/A_1) + P(A_2) \langle P(D/A_2) + P(A_3) \langle P(D/A_3) = 0.50 \langle 0.02 + 0.30 \langle 0.03 + 0.20 \langle 0.04 = 0.027 \langle 0.7\% \rangle$$
.

Pero la probabilidad de que esta pieza, si efectivamente es defectuosa, haya sido producida en la máquina A_2 es, aplicando la fórmula de Bayes:

$$P(A_2/D) = P(D/A_2)\langle P(A_2) / P(D/A_1)\langle P(A_1) + P(D/A_2)\langle P(A_2) + P(D/A_3)\langle P(A_3) = 0.03\langle 0.30 / 0.02\langle 0.50 + 0.03\langle 0.30 + 0.04\langle 0.20 = 0.3333 (33.33\%)$$

Como información adicional, si calculamos la $P(A_1/D) = 0,3704$ y la $P(A_3/D) = 0,2963$, se ve que la máquina con mayor probabilidad de haber producido esa pieza defectuosa es la A_1 .

ANEXO 2

Redes Bayesianas

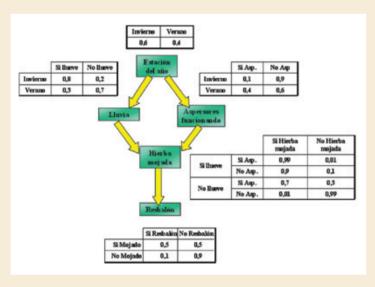
Las redes bayesianas constituyen una de las filosofías de inteligencia artificial más interesantes. Empleando este tipo de redes, es posible crear herramientas informáticas más avanzadas que los sistemas expertos convencionales o los tradicionales sistemas basados en reglas.

Las redes bayesianas son un modelo compacto de representación de conocimiento que permiten realizar razonamiento automático en situaciones de incertidumbre. Hacen uso de la probabilidad para el tratamiento de la incertidumbre, por este motivo son también conocidas como redes probabilísticas o redes de probabilidad causal.

Relacionan el conjunto de variables aleatorias que intervienen en un problema mediante un grafo dirigido formado por nodos, que representan cada una de las variables, y arcos, cada uno de los cuales indica explícitamente influencia causal entre las dos variables que unen.

La clave de este tipo de sistemas reside en un potente motor de actualización de probabilidades, basado en el teorema de Bayes, que hace de las redes bayesianas una herramienta extremadamente útil en la estimación de probabilidades ante nuevas evidencias.

Ejemplo elemental de una red probabilística bayesiana.



Para que el lector no experto en la materia pueda disponer de un concepto básico sobre este mecanismo, presentamos en la figura, con un ejemplo sencillo, lo que sería una elemental red bayesiana que pretendiese modelizar la probabilidad de sufrir un resbalón (incidente o defecto) al pasar sobre la hierba de un jardín dependiendo de la estación del año en que nos encontremos.

Se supone un año de dos estaciones solamente, invierno y verano en la proporción temporal indicada del 60% y 40%. Para ello se va incorporando el conocimiento, previo o aprendido, de las diferentes proporciones (probabilidades) de lluvia en invierno o verano (P_{LL-I} o P_{LL-V}), de que funcionen o no los aspersores de riego

en invierno o verano (P_{A-I} o P_{A-V}), del resultado o no de encontrarse la hierba mojada con los distintos condicionantes, lluvia sin aspersores o aspersores sin lluvia (P_{M-LL} o P_{M-A}). Y además, por supuesto, las de resbalar en hierba mojada (P_{R-M}). Con esa información, el sistema es capaz de inferir la ocurrencia del incidente no deseado (resbalón) en el caso de presentarse cada una de las situaciones causales de partida posibles (verano o invierno), es decir PR-V o PR-I.

La probabilidad de resbalar en verano (P_{R-V}) será:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P_{R-V}} = [(\mathbf{P_{LL-V}} \times \mathbf{P_{M-LL}}) + (\mathbf{P_{A-V}} \times \mathbf{P_{M-A}})] \times \mathbf{P_{R-M}} = [(0,3 \times 0,9) + (0,4 \times 0,7] \times 0.5 = 0,275 = \mathbf{27,5\%}. \\ & \text{La probabilidad de resbalar en invierno } (\mathbf{P_{R-I}}) \text{ será:} \\ & \mathbf{P_{R-I}} = [(\mathbf{P_{LL-I}} \times \mathbf{P_{M-LL}}) + (\mathbf{P_{A-I}} \times \mathbf{P_{M-A}})] \times \mathbf{P_{R-M}} = [(0,8 \times 0,9) + (0,1 \times 0,7)] \times 0.5 = 0,395 = \mathbf{39,5\%}. \end{aligned}$$

$$P_{D,I} = [(P_{I,I,I} \times P_{M,I,I}) + (P_{A,I} \times P_{M,A})] \times P_{D,M} = [(0.8 \times 0.9) + (0.1 \times 0.7)] \times 0.5 = 0.395 = 39.5\%$$

En resumen, una red bayesiana es capaz de modelizar el comportamiento de una serie de variables en las que se descompone el problema, a partir de un conjunto de evidencias. Estas evidencias no son más que los valores que adoptan las variables implicadas en diferentes momentos y que permiten al sistema experto aprender el comportamiento asociado a las variables y construir la red bayesiana que mejor se adapta a dicho comportamiento. Una vez construida la red bayesiana, es posible realizar, con un motor informático potente, predicciones fiables sobre la aparición o no de la incidencia ante los valores de las variables causales que se van presentando.