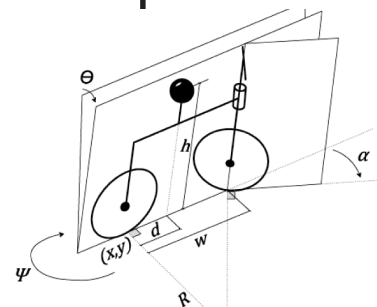


Controlador proporcional-integral adaptativo para el ahorro energético en bicicletas autónomas

ADAPTIVE PROPORTIONAL-INTEGRAL CONTROLLER FOR SAVING ENERGY CONSUMPTION OF AUTONOMOUS BICYCLES



DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7113> | Recibido: 05/03/2014 • Aceptado: 24/06/2014

David Rodríguez-Rosa¹, Iván González-Luchena²,
Antonio González-Rodríguez², Ismael Payo-Gutiérrez¹,
Fernando J. Castillo-García², Ángel G. González-Rodríguez³

¹ UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA. EII de Toledo. Campus Antigua Fábrica de Armas, s/n - 45071 Toledo. David.Rodriguez27@alu.uclm.es

² UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA. EII de Ciudad Real. Edif. Politécnico. Avda. Camilo José Cela, s/n - 13071 Ciudad Real.

³ UNIVERSIDAD DE JAEN. EII de Jaen. Campus Las Lagunillas, s/n - 23071 Jaén.

RESUMEN

El presente trabajo trata sobre el problema de la estabilidad lateral en bicicletas autónomas. Se plantea el uso de un regulador PI cuyos parámetros se adaptan a la velocidad de avance del sistema. Para cada velocidad de avance se ha obtenido el regulador PI óptimo que minimiza el consumo energético del sistema de control para la compensación de perturbaciones. Los resultados simulados muestran como la estrategia adaptativa propuesta proporciona un considerable ahorro energético en el sistema de control, garantizando el equilibrio lateral en presencia de perturbaciones. Finalmente, se presenta un caso de estudio donde el regulador adaptativo se emplea para el seguimiento de trayectoria mediante inversión dinámica.

Palabras clave: Control adaptativo, bicicleta autónoma, sistema de fase no mínima, regulador PI.

ABSTRACT

• The present paper tackles the problem of the stability in autonomous bicycles. A conventional PI controller has been designed for different values of the system velocity. An adaptive controller has been designed to optimize the PI gains at different system velocities to minimize the energy consumption of the control system for disturbance rejection. The simulation results show that the proposed adaptive control strategy provides notorious energy consumption saving and guarantees the lateral equilibrium of the control system in presence of external disturbances. Finally, a case of study that applies the proposed control to trajectory tracking using a dynamics inversion technique is detailed.

• **Keywords:** Adaptive control, autonomous bicycle, non-minimum phase system, PI controller.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas robóticos autónomos son aquellos que han sido diseñados para la realización de tareas sin la asistencia continua de los humanos. Uno de los tipos más importantes de robots móviles, son aquellos cuyo sistema locomotor está basado en ruedas [1]. La mayoría de estos robots emplean un número de ruedas igual o superior a tres para conseguir una auto-estabilidad lateral [2]. Esta es la razón por la cual su desarrollo ha sido muy superior al de los robots móviles con dos ruedas [3], comúnmente denominados *bicicletas autónomas*. En este último caso, el gobierno del robot se complica, debiendo orientar muchos de los esfuerzos de control a la estabilidad lateral del sistema [4-5]. Una particularidad de estos sistemas es que su propiedad de auto-estabilidad varía en función de la velocidad de avance del mismo, presentando inestabilidad para velocidades de avance por debajo de un valor umbral [6].

El primer trabajo relevante que habla sobre la estabilidad de bicicletas se remonta a 1818, cuando el barón Karl Von Drais ingenió una máquina de correr que se patentó con el nombre de *laufmaschine* (bautizada por la prensa británica como *draisine* y por la francesa como *draisienne*) con el que demostró que una persona que monta en un artificio con dos ruedas en línea podía equilibrarlo dirigiendo la rueda delantera [7]. Hubo que esperar hasta 1885 para la primera bicicleta moderna, creada por Jhon Starley Kemp que llamó *rover safety*. Con este nuevo diseño era bien sabido que cualquiera podía mantener el equilibrio en una bicicleta tipo *safety*. Desde entonces pocos

han sido los cambios sufridos en el modelo, desde que se creó hasta la actualidad y, aunque sistemas modernos comienzan a introducirse, ninguno de ellos da una solución práctica y real a uno de sus mayores problemas, la inestabilidad. La Fig. 1 muestra los diseños de Karl Von Drais y Jhon Starley Kemp.



Fig. 1: a) laufmaschine (Karl Von Drais, 1818)¹; b) rover safety (Jhon Starley Kemp, 1885)²

Como se ha mencionado previamente, los vehículos de dos ruedas son sistemas que pueden clasificarse como sistemas no holónomos e inestables [8], e inherente a esta segunda cualidad, de fase no mínima [9]. Entre los sistemas inestables más estudiados en la teoría de control está el péndulo invertido, para el que aparecen soluciones fáciles y eficaces, como controladores *PID* [10] o técnicas más modernas y complejas, como el uso de control adaptativo de lógica difusa [11] o redes neuronales [12], entre otras. Este caso concreto es especialmente interesante ya que una bicicleta puede ser modelada como un péndulo invertido o un doble péndulo invertido situado sobre una base que se mueve a una cierta velocidad, con lo que una correcta utilización del modelo podría dar soluciones a un problema que ya ha sido muy estudiado. Añadido a los problemas originados por la inestabilidad, los sistemas de fase no mínima tienen una respuesta más lenta [13], y los no holónomos, término acuñado por Heinrich Hertz [14], no pueden ser expresados exclusivamente en término de las posiciones, por lo que estudios como [15] y [16], para sistemas de fase no mínima, o [17], para sistemas no holónomos, pueden dar una primera idea de la complejidad de este tipo de vehículos.

La primera contribución importante a la literatura científica, relacionada con el modelo dinámico de una bicicleta, y punto de partida para cualquier trabajo posterior, fue presentada en 1899 por Whipple [18], donde describe el movimiento general de la bicicleta y el ciclista a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales correspondientes a pequeños cambios sobre la dirección a velocidad constante. Al mismo tiempo, y de manera independiente, Carvallo [19] obtiene sus propias ecuaciones de movimiento de una bicicleta con dirección libre. En ambos modelos la bicicleta se define como un mecanismo de tres dimensiones formado por cuatro objetos rígidos que constan de bastidor trasero junto con el cuerpo del ciclista, el conjunto del manillar y las dos ruedas, todo conectado mediante tres bisagras. Ambos modelos

presentan similitudes al del péndulo invertido, y demuestran que los vehículos de dos ruedas son estáticamente inestables, pudiendo mantener el equilibrio al rodar hacia adelante en un rango de velocidad adecuado, es decir, son auto-estables. Este fenómeno se atribuyó, en un principio, al efecto giroscópico de las ruedas, pero en diversos trabajos, por ejemplo [20], se ha demostrado que si bien el efecto giroscópico de las ruedas afecta a la auto-estabilidad, no es el elemento clave. Más allá de estas dos generalidades, es poco lo sólidamente aceptado en la literatura sobre estabilidad en vehículos de dos ruedas.

Por todo ello, la implementación de una bicicleta autónoma es aún un desafío abierto en robótica e ingeniería de control. Existen gran cantidad de estudios teóricos con diferentes propuestas de control ([21]), y son pocos los que intentan dar un paso más, confirmando la validez en un entorno real, creando prototipos y realizando ensayos que despejen ciertas dudas sobre sus limitaciones. Entre ellos se encuentra Beznos y su equipo [22], que describe una bicicleta con estabilización giroscópica capaz de movimiento autónomo, donde la estabilización consiste en dos giroscopios acoplados girando en direcciones opuestas, con lo que el par de torsión contrarresta el par de desestabilización debido a la fuerza de gravedad. Otros trabajos como [23] y [24] proponen estrategias con el fin de estabilizar la postura de la bicicleta y realizar un control de la trayectoria, en el caso de [24] a bajas velocidades (entre 0.4 y 3 m/s). Finalmente, recomendamos la lectura del trabajo realizado por David J. N. Limebeer y Robin S. Sharp [25] que resume muy ilustrativamente los avances en el modelado y control de bicicletas autónomas.

Este artículo presenta una nueva estrategia de control adaptativo, donde los parámetros de un regulador convencional *PI* se adaptan en función de la velocidad de avance de la bicicleta. La sintonización del regulador *PI* se ha realizado para garantizar ciertas especificaciones de la respuesta temporal, para cada valor de velocidad de avance, para la compensación de perturbaciones (equilibrio lateral) y para minimizar el consumo energético del sistema de control en la compensación de tales perturbaciones. Con esto, se consigue una estabilidad lateral de la bicicleta (por debajo y por encima de la velocidad de auto-estabilidad de la misma) aumentando su autonomía debido a la reducción del consumo energético en el sistema de control.

Los resultados presentados en este trabajo se basan en simulaciones realizadas mediante *MATLAB/Simulink*®, pero los datos del modelo simulado se han obtenido de un prototipo experimental.

El presente artículo se ha organizado de la siguiente forma. La Sección 2, *Materiales y Métodos*, detalla el prototipo experimental en el que se ha basado el modelo empleado en las simulaciones, así como la estructura de control y el regulador empleado. La Sección 3 detalla los reguladores óptimos calculados para el rango de velocidad de avance de la bicicleta estudiado y los resultados obtenidos en el equilibrio lateral de la bicicleta. Por último, la Sección 4 discute y resume los resultados y conclusiones más relevantes obtenidas durante el desarrollo del presente trabajo.

¹ Fuente: Free Software Foundation, Inc

² Fuente: vintagebicycle.wordpress.com

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. SISTEMA FÍSICO Y MODELADO

2.1.1. Prototipo experimental

Si bien el presente trabajo se basa en resultados simulados, se ha diseñado y construido un prototipo experimental que permita validar dichos resultados en etapas posteriores. La Fig. 2 muestra una vista preliminar del diseño realizado mediante el software *Solidworks®* y el aspecto final del prototipo. Se ha optado por esta estructura para reducir el efecto giroscópico y el efecto auto-estabilizante debido a una posible inclinación de la horquilla delantera. De esta forma, se estudia únicamente el efecto estabilizador debido a las fuerzas centrífugas, que será el utilizado en este trabajo para la estabilización del sistema. Como se observa en la Fig. 2b, el diseño realizado ha sido modificado añadiendo dos ruedas laterales. Estas ruedas contactan con el suelo cuando se sobrepasa un cierto ángulo de inclinación, evitando daños por caída.



Fig. 2. a) Modelo en *Solidworks®* del prototipo; b) Aspecto final del prototipo experimental

La Tabla I resume los parámetros característicos más relevantes del prototipo. Estos parámetros son los que se emplearán en las simulaciones llevadas a cabo en el presente trabajo.

Parámetro	Descripción	Valor
h	Altura del centro de masas	0.39 m
w	Distancia entre puntos de contacto de las ruedas	0.70 m
d	Distancia de la rueda trasera a la proyección vertical del centro de masas	0.35 m
m	Masa de la bicicleta	20 kg
r	Radio de rueda	0.10 m

Tabla I: Parámetros característicos más importantes del prototipo

El sistema actuador consiste en dos motores DC, *Maxon motor RE40*. Uno de los motores es el que proporciona la velocidad de avance de la bicicleta, v , mientras que el otro motor se encarga de realizar los giros del volante, α . Ambos motores están gobernados por dos controladoras *Maxon motor EPOS 70/10*, que reciben la señal de los encoders de los motores y permiten el control de posición de los mismos. La inclinación de la bicicleta se mide mediante un inclinómetro

xsens MTi-G-28. Las señales del sistema sensorial, encoders e inclinómetro, son adquiridas mediante una tarjeta de adquisición de datos, que también se encarga de proporcionar la señal de mando a los servoamplificadores. El procesamiento de las señales del sistema sensorial para computar la señal de control de los servoamplificadores se realiza mediante un sistema en tiempo real *NI cRIO-9075* (*National Instruments*).

2.1.2. Modelado del sistema

Para obtener el modelo dinámico de la bicicleta se ha seguido el planteamiento de modelo de masa puntual descrito por David J. N. Limebeer y Robin S. Sharp en su artículo “Bicycles, Motorcycles, and Models” [25].

En la Fig. 3 se puede ver el esquema de una bicicleta modelada como un péndulo invertido, donde R es el radio de giro, α es el ángulo de giro de la rueda delantera, θ es el ángulo de inclinación de la bicicleta, w es la distancia entre ruedas y ψ es el ángulo de derrape de la rueda trasera. Se supone que toda la masa del vehículo está concentrada en un punto a una altura h del suelo y a una distancia longitudinal d respecto a la rueda trasera, y que el movimiento de la bicicleta está limitado, no existiendo desplazamientos laterales de los neumáticos y por lo tanto, existiendo limitaciones no holónomas en las direcciones longitudinal y lateral. La cinemática del movimiento se describe por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x} = v \cos \psi \quad (1)$$

$$\dot{y} = v \sin \psi \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = \frac{v \tan \alpha}{w \cos \theta} \quad (3)$$

siendo v la velocidad de avance de la bicicleta. La dinámica de la bicicleta corresponde a la de un péndulo invertido situado sobre una base que experimenta una cierta aceleración, y su expresión está definida en el artículo de Boussinesq [27]:

$$\ddot{\theta} = g \sin \theta - \left[(1 - h \sigma \sin \theta) \sigma v^2 + d \left(\ddot{\psi} + \dot{\psi} \left(\sigma - \frac{\dot{\theta}}{v} \right) \right) \right] \cos \theta \quad (4)$$

donde σ es la curvatura de la trayectoria seguida por la bicicleta:

$$\sigma(t) = \frac{1}{R(t)} \quad (5)$$

y g es la aceleración de la gravedad. La velocidad del vehículo y el radio de derrape están vinculados con la curvatura σ , a través de la siguiente expresión:

$$\sigma v = \dot{\psi} \quad (6)$$

de forma que igualando (3) y (6) se obtiene la siguiente expresión:

$$\sigma v = \frac{v \tan \alpha}{w \cos \theta} \quad (7)$$

que sustituida en (4) queda de la siguiente manera:

$$h \ddot{\theta} = g \sin \theta - \tan \alpha \left(\frac{v^2}{w} + \frac{d \dot{v}}{w} + \tan \theta \left(\frac{v d \dot{\theta}}{w} - \frac{h v^2}{w^2} \tan \alpha \right) \right) - \frac{d v \dot{\alpha}}{w \cos^2 \alpha} \quad (8)$$

Esta ecuación representa la dinámica de una bicicleta simple no holónoma, donde las entradas de control son el

ángulo en el giro del manillar (α) y la velocidad de avance del vehículo (v).

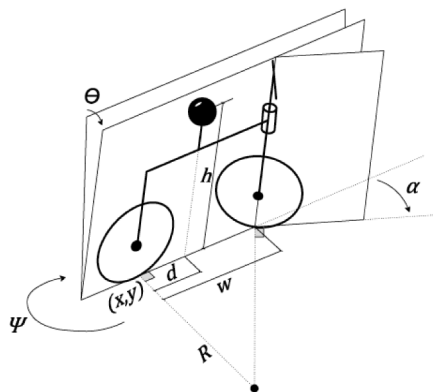


Fig. 3: Esquema de bicicleta como péndulo invertido

Si se linealiza (8) en torno a un punto de equilibrio $\alpha = 0$, para una velocidad cualquiera, se obtiene el siguiente modelo lineal para pequeña perturbación:

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{h}\theta - \frac{v^2}{hw}\alpha - \frac{dv}{hw}\dot{\alpha} \quad (9)$$

con lo que, para una velocidad en particular, la entrada del modelo es el ángulo de dirección. Utilizando la transformada de Laplace, la función de transferencia del modelo final es:

$$G_\alpha(s) = \frac{\theta(s)}{\alpha(s)} = -\frac{dv}{wh} \frac{s + v/d}{s^2 - g/h} \quad (10)$$

donde el factor de ganancia ($-dv / wh$) y la posición del cero ($-d / v$) dependen de la velocidad, y los polos dependen del diseño de la bicicleta ($\pm\sqrt{g/h}$).

Debido a la necesidad de incluir el efecto de las perturbaciones en el sistema (fuerzas que varían el ángulo de inclinación de la bicicleta), se ha añadido una entrada $Z(s)$ que representa cualquier causa externa al sistema que modifique el ángulo de inclinación de la bicicleta. Teniendo esto en cuenta, el diagrama de bloques del sistema queda como se ve en la Fig. 4.

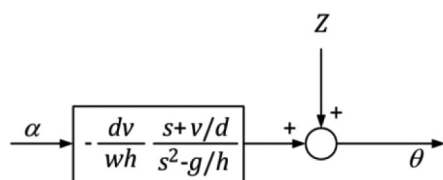


Fig. 4: Diagrama de bloques del modelo lineal obtenido

El modelo lineal mostrado en la Fig. 4 es el que utilizará para diseñar la estrategia de control que aquí se propone.

2.2. ESTRATEGIA DE CONTROL

2.2.1. Objetivos de control

El objetivo de control propuesto es el siguiente: la bicicleta debe mantener el equilibrio lateral, es decir, que su inclinación

sea cero ($\theta = 0$) con un error en régimen permanente nulo, bajo las siguientes condiciones:

- Para velocidades de avance dentro de un rango determinado.
- En presencia de perturbaciones $z(t)$, de tipo escalón de amplitud acotada.
- Sin violar unos rangos específicos en la amplitud del giro del volante (señal de entrada, $\alpha(t)$) para que el comportamiento dinámico del sistema pueda considerarse lineal.
- Asegurando un tiempo de establecimiento en la señal de salida ($\theta(t)$) menor que un tiempo específico.
- Y minimizando el siguiente funcional energético relacionado con el sistema de control

$$J_u = \int_{\underline{t}}^{\bar{t}} (\alpha(\tau))^2 d\tau \quad (11)$$

siendo la diferencia entre $\underline{t}$ y $\bar{t}$ el tiempo de establecimiento de la señal de control (criterio del), y por tanto, el tiempo en el que el actuador consumirá la energía necesaria para conseguir el ángulo deseado ($\theta = 0$). El funcional (11) se corresponde con el *ISE*, *integral square error*, de la señal de control, que suele emplearse, de forma genérica, como medida del consumo energético (ver por ejemplo [26]).

2.2.2. Esquema de control y controlador

El sistema en lazo cerrado, incluyendo la perturbación, se puede observar en la Fig. 5, donde $G_\alpha(s)$ es la planta a estudiar (10), $R(s)$ es el regulador elegido una vez finalizado el diseño, $Z(s)$ es la perturbación, $\theta^*(s)$ es el ángulo de referencia de la inclinación de la bicicleta (consigna), $\theta(s)$ es el ángulo real de inclinación de la bicicleta (salida), es el ángulo de giro del manillar (señal de control) y $E(s)$ es la señal de error, que será la diferencia entre el ángulo de referencia de la inclinación de la bicicleta y el real.

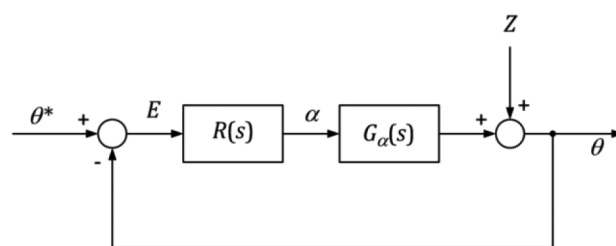


Fig. 5: Sistema completo en lazo cerrado con perturbación a la salida

Atendiendo al esquema presentado en la Fig. 5 y aplicando el principio de superposición, la señal de salida, $\theta(s)$, se puede expresar como:

$$\theta(s) = M_\theta(s)\theta^*(s) + M_Z(s)Z(s), \quad (12)$$

donde:

$$M_\theta(s) = \frac{R(s)G_\alpha(s)}{1 + R(s)G_\alpha(s)} \quad (13)$$

y

$$M_z(s) = \frac{1}{1 + R(s)G_a(s)} \quad (14)$$

El regulador propuesto para el presente trabajo es un regulador convencional *PI* que puede expresarse como:

$$R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (15)$$

Donde K_p y K_i son la ganancia proporcional e integral del regulador, respectivamente. Debido a la acción integral del regulador, siempre que $M_\theta(s)$ y $M_z(s)$ resulten estables, según el *teorema del valor final*, la especificación de error en régimen permanente nulo quedará asegurada [13], y puesto que las entradas al sistemas podrán ser en forma de escalón, tomado este caso como el más desfavorable de estudio, se deben evitar las acciones derivativas en el diseño del regulador. Además, se pretende que el regulador diseñado sea lo más sencillo posible con el fin de reducir el coste computacional al trabajar en tiempo real.

Las condiciones de estabilidad para $M_\theta(s)$ y $M_z(s)$ pueden ser obtenidas aplicando el criterio de *Routh* [13]. Debido a que las ecuaciones características de (13) y (14) son iguales, las condiciones de estabilidad serán coincidentes. Como condiciones necesarias pero no suficientes para que el sistema sea estable se debe cumplir

$$\begin{aligned} K_p &< 0 \\ K_i &< 0 \\ K_i &< -\frac{gw + K_p v^2}{dv} \end{aligned} \quad (16)$$

Además, tras aplicar la tabla de *Routh* se obtiene una nueva condición de estabilidad:

$$K_i < -\frac{K_p(g + \frac{v^2}{w}K_p)}{\frac{dv}{w}K_p + \frac{v^2}{d}} \quad (17)$$

Por otra parte, si se aplica el teorema del valor inicial a la salida cuando la perturbación $Z(s)$ es un escalón ($Z(s) = \bar{Z}/s$), donde $\bar{Z}$ será el valor máximo permitido para que el comportamiento dinámico del sistema pueda considerarse lineal, se obtiene el valor máximo que puede tomar el parámetro K_p :

$$\alpha(0) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot \alpha(s)) = \bar{Z} \cdot K_{p,max} \rightarrow K_{p,max} = \frac{\alpha(0)}{\bar{Z}} \quad (18)$$

Si además se tiene en cuenta la condición (16) que indica que el valor de K_p debe ser negativo, se obtiene:

$$K_p > -\left| \frac{\alpha(0)}{\bar{Z}} \right| \quad (19)$$

Las condiciones (16), (17) y (19) serán las utilizadas para acotar la búsqueda de los parámetros del regulador óptimo (aquel que minimiza el funcional (11) y cumple las restricciones de la sección 2.2.1). De esta forma se determinará, para cada velocidad de avance de la bicicleta v dentro del rango de estudio, los valores óptimos de los parámetros del regulador (15).

2.2.3. Sintonización del controlador

Si bien existen diversas técnicas de sintonización de reguladores en el dominio del tiempo y de la frecuencia (ver [13]), ninguna de ellas resulta factible para conjugar las condiciones de estabilidad (16) y (17), y la de linealidad (19), con la minimización del funcional (11) y las restricciones detalladas en la sección 2.2.1.

Para seleccionar los parámetros óptimos del regulador, K_p y K_i , se han realizado simulaciones utilizando el esquema presentado en la Fig. 5, barriendo valores de K_p y K_i dentro de la región definida por los criterios de estabilidad (16) y (17), y de linealidad (19), para velocidades dentro del rango de estudio. De los posibles valores se han seleccionado aquellos que minimizan la energía consumida por el sistema de control (11) y que simultáneamente satisfacen las restricciones de la sección 2.2.1. El resultado es un regulador adaptativo óptimo, donde los valores de los parámetros K_p y K_i variarán en función de la velocidad de avance de la bicicleta.

Los resultados obtenidos se compararán con un regulador *PI* cuyos parámetros son fijos, computando el consumo energético del sistema de control de ambos reguladores bajo un mismo escenario de simulación.

3. RESULTADOS

3.1. ESTUDIO DE LINEALIDAD

En esta sección se ha calculado el rango de la variable de control α para asegurar que el comportamiento dinámico del sistema sea lineal. Para ello, se ha comparado la ecuación de la dinámica de la bicicleta (8) (modelo no lineal) y el modelo lineal (9) para distintas velocidades y amplitudes en el giro del manillar. El resultado obtenido (ver Fig. 6) es la máxima inclinación que puede llegar a tener la bicicleta (ángulo θ) para que el error relativo que se comete entre el modelo lineal y no lineal no supere el 5%, asumiéndose que para errores inferiores, el comportamiento dinámico de la bicicleta puede considerarse lineal. Así, la región azul delimita los valores de α y θ , para los cuales este comportamiento se puede considerar lineal, siempre y cuando la bicicleta circule a una velocidad comprendida en un rango $v \in [0, 20]$ m/s. En el caso del artículo esta zona de trabajo se ha restringido para un ángulo en el giro del manillar $|\alpha(t)| \leq 20^\circ$ y un ángulo en la inclinación de la bicicleta $|\theta(t)| \leq 10^\circ$.

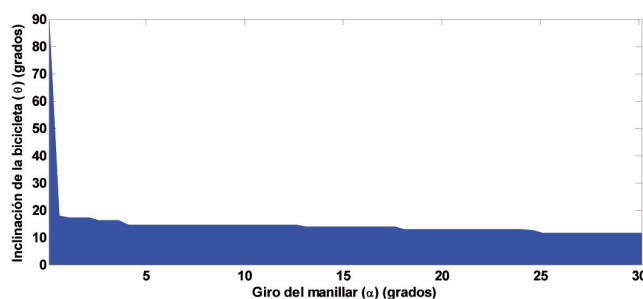


Fig. 6: Región de α y θ en la que se puede considerar que el comportamiento dinámico del sistema es lineal, dentro de un rango de velocidad $v \in [0, 20]$ m/s

3.2. REGULADORES ÓPTIMOS

Los valores óptimos de los parámetros de los reguladores que minimizan el funcional energético (11), en función de la velocidad de avance de la bicicleta, y que cumplen las restricciones del problema, se muestran en la Fig. 7. Estos valores han sido calculados (para cada velocidad) utilizando el esquema de la Fig. 5 cuando $\theta^*(s) = 0$ y con perturbación en forma de escalón de amplitud máxima. A modo ilustrativo, se han señalado los parámetros del regulador PI óptimo para $v = 4$ m/s, que se utilizará en la siguiente sección como patrón comparativo. El rango de velocidad analizado es $v \in [0, 20]$ m/s, no hallándose valores de las ganancias del regulador que cumplan las condiciones impuestas en velocidades inferiores a 1,5 m/s.

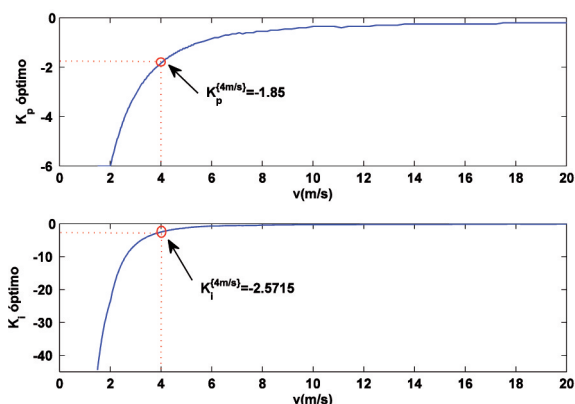


Fig. 7: Valores de los parámetros K_p y K_i del regulador PI óptimo que minimiza el consumo energético del sistema de control en función de la velocidad de avance de la bicicleta y que cumple con las restricciones del problema

La Fig. 8 muestra el consumo energético del sistema de control (11) en función de la velocidad de avance de la bicicleta, haciendo uso de los parámetros óptimos mostrados en la Fig. 7 para la compensación de una perturbación tipo escalón acotada.

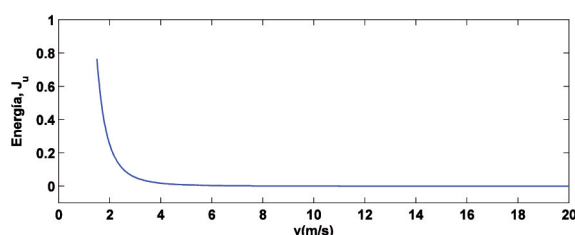


Fig. 8: Evolución del consumo energético del sistema de control en función de la velocidad de avance de la bicicleta, utilizando los parámetros de los reguladores óptimos obtenidos.

Los resultados muestran como el consumo energético para la compensación de perturbaciones disminuye a medida que la velocidad de avance aumenta, debido a la ya mencionada propiedad de auto-estabilidad de la bicicleta, aliviando los requerimientos del control. Nótese que el valor de los parámetros K_p y K_i cambia en función de la velocidad.

3.3. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

3.3.1. Equilibrio lateral

El esquema completo de control adaptativo basado en un regulador PI se puede ver en la Fig. 9, donde se calculan los parámetros K_p y K_i del regulador en función de la velocidad de avance de la bicicleta. De la obtención del valor de estos parámetros se encarga el bloque “Ajuste de parámetros” a través de tablas de consulta. Estas tablas disponen de 200 parejas de valores de K_p y K_i óptimos, analizados previamente dentro del rango de estudio ($v \in [0, 20]$ m/s), con una mayor densidad de puntos en las zonas menos lineales de las curvas, es decir, en $v [2, 6]$ m/s (ver Fig. 7). Los valores de las ganancias del regulador para una velocidad que se encuentre entre dos disponibles del estudio previo, serán calculados mediante una interpolación lineal de estos dos datos.

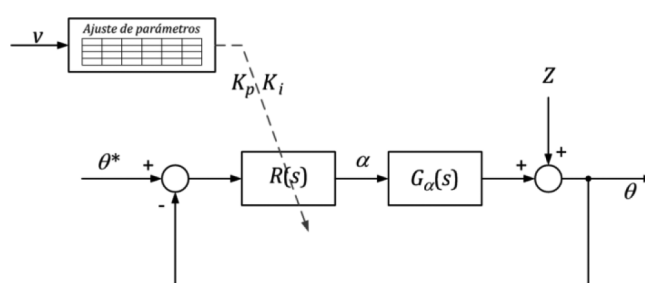


Fig. 9: Esquema completo de control adaptativo PI

La Fig. 10 muestra como el regulador adaptativo es capaz de mantener la estabilidad lateral de la bicicleta ante un perfil de velocidad variable, respetando el límite de α para que el comportamiento del sistema sea lineal, y asegurando en todo momento la mínima energía de control según el funcional (11).

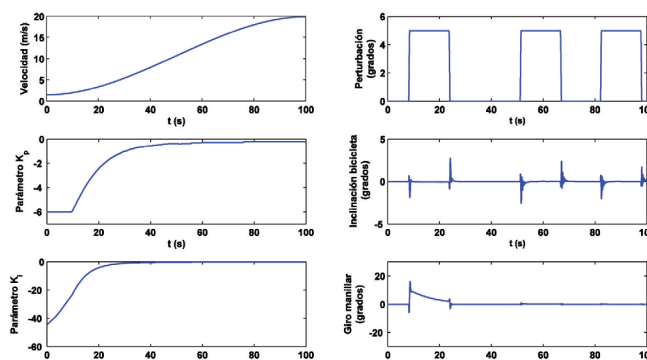


Fig. 10: Señales obtenidas de la simulación del sistema en lazo cerrado con perfil de velocidad variable

A fin de comprobar el ahorro energético que supone este regulador PI adaptativo frente a un regulador convencional de parámetros fijos, se ha elegido, de forma arbitraria, el regulador óptimo calculado para $v = 4$ m/s

$$R(s)^{(4 \text{ m/s})} = -1.85 - \frac{2.57}{s} \quad (20)$$

La simulación de ahorro energético se ha realizado para todo el rango de velocidades, en presencia de perturbaciones

$z(t)$ de tipo escalón de amplitud máxima y con referencia en la inclinación de la bicicleta $\theta^*(t) = 0$. Se ha calculado el funcional energético para el regulador PI adaptativo (ver Fig. 8) y el funcional energético para el regulador PI de parámetros fijos, y se han comparado ambos, analizando el ahorro energético que se obtiene al utilizar un regulador PI adaptativo en lugar de un regulador PI de parámetros fijos (ver Fig. 11).

Lógicamente, el ahorro energético es cero a una velocidad de 4 m/s porque fue esta velocidad la elegida para seleccionar los parámetros del regulador PI de parámetros fijos, y por tanto, ambos reguladores coinciden. Para velocidades cercanas a 1.5 m/s el ahorro energético es del 100% debido a que el regulador convencional de ganancias fijas provoca que el sistema realimentado se inestabilice, como se puede observar en la Fig. 12.

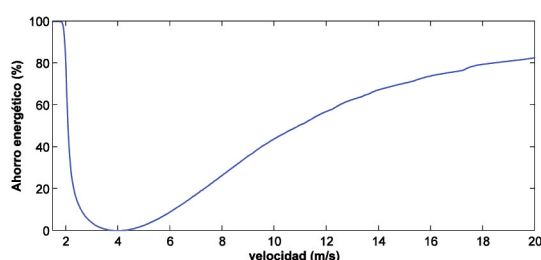


Fig. 11: Ahorro energético obtenido al usar un regulador PI adaptativo frente a usar uno convencional de ganancias fijas

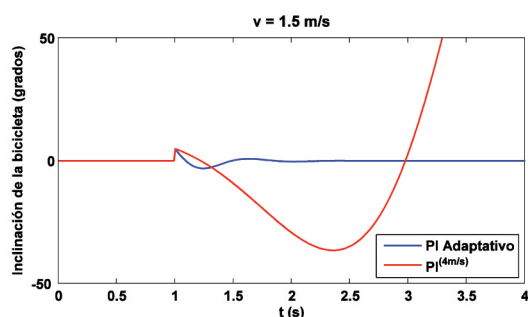


Fig. 12: Comparación de la salida obtenida para una velocidad de $v = 1.5$ m/s con un regulador PI de parámetros fijos y un regulador PI adaptativo

3.3.2. Caso de aplicación: Seguimiento de trayectoria

Si bien el objetivo del presente artículo es el equilibrio lateral de la bicicleta, esta sección, a modo ilustrativo, muestra un caso de aplicación para el seguimiento de trayectorias de la bicicleta.

Existen tres principales estrategias para el seguimiento de trayectorias en bicicletas autónomas: a) Variación de la posición del centro de masas [28]; b) Variación en la consigna de inclinación [29]; c) Mediante estabilización giroscópica [22].

En esta sección se detalla un ejemplo ilustrativo de seguimiento de trayectorias mediante la estrategia b). La estrategia consiste en la inversión dinámica del modelo

que relaciona el ángulo de derrape ψ y la inclinación de la bicicleta θ (ver 3). La inversión dinámica permite establecer la referencia de inclinación requerida θ^* para que la bicicleta adopte un ángulo de derrape ψ tal que la bicicleta siga una determinada trayectoria. La Fig. 13 representa el diagrama de bloques de la estrategia de control. El lazo interno es el esquema de control detallado en el trabajo, mientras que $\Lambda^F(\theta)$ representa la relación entre el ángulo de derrape y la inclinación de la bicicleta y $\Lambda^I(\psi)$ la relación inversa.

De manera arbitraria se ha definido el ángulo de derrape de referencia $\psi^*(t)$ mostrado en la Fig. 14a con el perfil de velocidad de avance mostrado en la Fig. 14b. Atendiendo a las ecuaciones (1) y (2), la trayectoria resultante en coordenadas cartesianas se ha representado en la Fig 14c. Cabe mencionar que el ángulo de derrape de referencia definido, $\psi^*(t)$, ha de ser, al menos, continuo en su segunda derivada con objeto de no originar discontinuidades en la referencia de inclinación $\theta^*(t)$. Además, se ha limitado el radio de curvatura de la trayectoria, $R(t)$, para que el ángulo de inclinación resultante no sobrepase el límite de permitido de linealidad detallado en la sección 3.1 (ver 5 y 6).

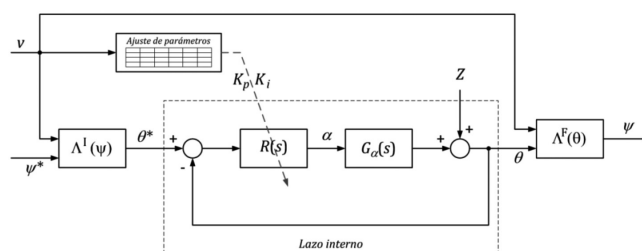


Fig. 13: Diagrama de bloques del esquema de control para el seguimiento de trayectoria mediante inversión dinámica

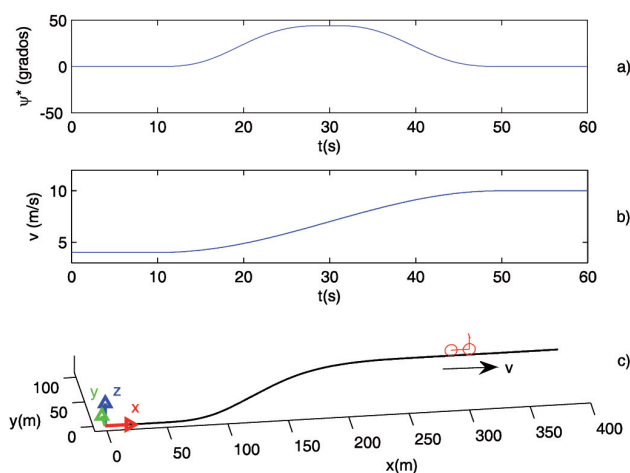


Fig. 14: Trayectoria ejemplo: a) ángulo de derrape, $\psi(t)$; b) perfil de velocidad $v(t)$; c) trayectoria en coordenadas cartesianas

Por otro lado, combinando (3) y (8), se tiene:

$$h\ddot{\theta} = g \sin \theta - \xi(\psi, \theta, v) \left(\frac{v^2}{w} + \frac{dv}{w} + \tan \theta \left(\frac{vd}{w} \dot{\theta} - \frac{hv^2}{w^2} \xi(\psi, \theta, v) \right) \right) \quad (21)$$

$$- \frac{dv \xi}{w(1 + \xi)^2 \cos^2(\tan^{-1}(\xi))}$$

$$\text{donde } \xi(\psi, \theta, v) = \frac{\psi w \cos \theta}{v}$$

La resolución de la ecuación diferencial no lineal (21) permite la obtención de la dinámica directa, $\Lambda^F(\theta)$, para la comprobación de la trayectoria seguida, ψ , y de la dinámica inversa, $\Lambda^I(\psi)$, para la generación de la referencia de inclinación, θ^* .

Mediante la implementación de un bucle algebraico en *MATLAB/Simulink®* se ha resuelto (21) para obtener, en primer lugar, la referencia de inclinación, θ^* , que generaría, en condiciones de idealidad (sin deslizamiento, sin perturbación y sin variación paramétrica de la planta), la trayectoria mostrada en la Fig. 14c, con el perfil de velocidad mostrado en la Fig. 14b.

Una vez generada la referencia de inclinación deseada, θ^* , la Fig. 15 compara el seguimiento de inclinación para el perfil de velocidad mostrado en la Fig. 14b, obtenido con el regulador adaptativo detallado en la sección anterior y el regulador *PI* sintonizado para una velocidad de 4 m/s. Como puede observarse ambos reguladores producen un seguimiento de referencia de inclinación razonablemente bueno. En el caso del regulador adaptativo, el error máximo cometido es de 0.0467° , mientras que en el caso del regulador *PI* sintonizado para 4 m/s el error de seguimiento máximo es de 0.1456° .

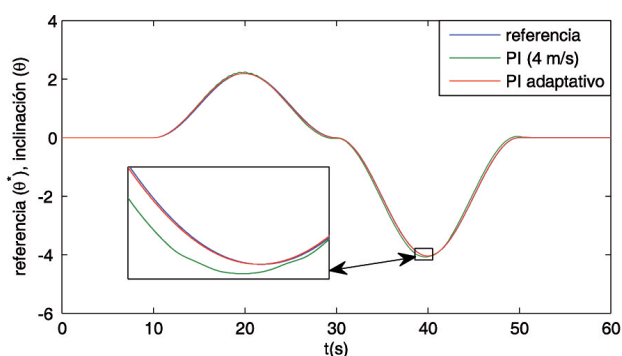


Fig. 15: Referencia de inclinación, θ^* , y seguimiento de inclinación: *PI* (4 m/s) vs. *PI* adaptativo

Finalmente, la Fig. 16 muestra el seguimiento de la trayectoria deseada (Fig. 14c), realizado por la bicicleta con ambos reguladores. Los resultados muestran como ambos reguladores siguen fielmente la trayectoria mediante inversión dinámica en condiciones de idealidad. En ambos reguladores el error máximo de seguimiento se alcanza al final de la trayectoria y, en el caso del regulador *PI* sintonizado para 4 m/s el error máximo de seguimiento es de 1.21 m, mientras que en el caso del regulador *PI* adaptativo es de 0.69 m.

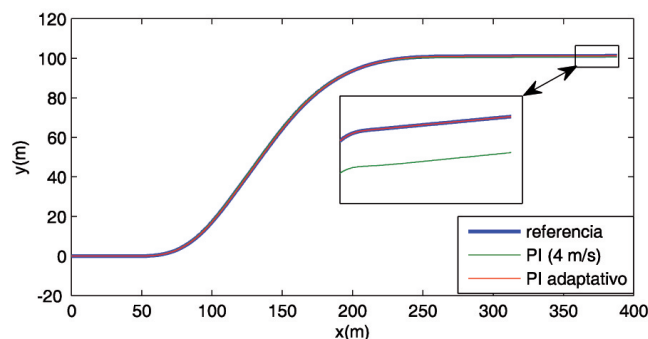


Fig. 16: Seguimiento de trayectoria: *PI* (4 m/s) vs. *PI* adaptativo

Cabe mencionar, que el caso incluido de seguimiento de trayectoria mediante inversión dinámica es únicamente ilustrativo. Se ha supuesto condición de idealidad, es decir, sin deslizamiento, sin perturbaciones o variaciones paramétrica. Cualquiera de estos efectos produciría errores significativos en el seguimiento de trayectoria pero, como se ha mencionado anteriormente, el objetivo del presente trabajo es el aseguramiento del equilibrio lateral.

4. DISCUSIÓN

En el presente trabajo se ha analizado el comportamiento dinámico de una bicicleta autónoma utilizando el modelo matemático descrito por David J. N. Limebeer y Robin S. Sharp. El modelo dinámico resultante se ha linealizado con objeto de poder utilizar reguladores lineales para su control y se han calculado el rango de la variable α que asegura esta linealidad en el comportamiento dinámico del sistema. Para las simulaciones se han empleado los datos de un prototipo experimental.

En cuanto al control se refiere, se ha diseñado un regulador convencional *PI* adaptativo, capaz de asegurar la estabilidad del sistema (equilibrio lateral) y la compensación de perturbaciones (modeladas como un cambio en la inclinación lateral de la bicicleta), además de minimizar el consumo energético del sistema de control.

Con objeto de reducir el consumo energético, y así aumentar la autonomía del sistema autónomo, se ha obtenido el regulador óptimo *PI* para cada valor de velocidad de avance de la bicicleta. El resultado es una batería de reguladores *PI* cuyos parámetros óptimos son seleccionados en función de la velocidad de avance. Los resultados simulados muestran que la estrategia de control propuesta se adapta a cada velocidad de avance del sistema, ahorrando considerablemente el consumo energético con respecto a la estrategia no adaptativa.

Finalmente se ha presentado un caso ilustrativo donde el regulador sintonizado se emplea para el seguimiento de una trayectoria mediante inversión dinámica.

Futuros trabajos validarán experimentalmente los resultados simulados obtenidos en el presente artículo y se incluirán seguimientos de trayectorias. Por otro lado, la estrategia de control adaptativa aquí propuesta se implementará en el robot cuadrúpedo desarrollado por nuestro grupo de investigación

LEBREL (www.lebrel-robot.com) con objeto de mantener la estabilidad lateral minimizando el consumo energético.

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo queremos mostrar nuestro agradecimiento a la empresa Ayssel Mecatrónica S.L. por la cofinanciación del prototipo experimental, así como al Dr. Publio Pintado Sanjuán, de la Universidad de Castilla-La Mancha, por sus sabios consejos y recomendaciones en el modelado mecánico del sistema.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Kuan D y Phipps G. Autonomous robotic vehicle road following. Pattern Analysis and Machine Intelligence. IEEE Transactions on, Vol.10-5, Sept. 1988, p. 648 – 658. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/34.6773>).
- [2] Saha SK y Angeles J. Kinematics and dynamics of a three-wheeled 2-DOF AGV. Robotics and Automation. IEEE International Conference, 14-19 May 1989, p. 1572 – 1577, Vol.3. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.1989.100202>).
- [3] Jones DEH. The stability of the bicycle. Physics today, april 1970, p. 34 – 40.
- [4] Lee S, Ham W. Self stabilizing strategy in tracking control of unmanned electric bicycle with mass balance. Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on (Volume:3), 2002, p. 2200 – 2205, Vol.3. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/IRDS.2002.1041594>).
- [5] Getz N. Control of balance for a nonlinear nonholonomic non-minimum phase model of a bicycle. American Control Conference, 1994 (Volume:1), 29 June-1 July 1994, p. 148 – 151, Vol.1. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.1994.751712>).
- [6] Meijaard JP, Papadopoulos JM, Ruina A y Schwab AL. Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review. Published 8 August 2007, (DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2007.1857>).
- [7] Herlihy DV. Bicycle: the history. 2004, New Haven, CT: Yale University Press.
- [8] Kooijman JDG, Schwab AL y Meijaard JP. Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle. Multibody System Dynamics, February 2008, Vol. 19-1,2, p. 115-132. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11044-007-9050-x>).
- [9] Getz NH y Hedrick JK An internal equilibrium manifold method of tracking for nonlinear nonminimum phase systems. American Control Conference, Proceedings of the 1995, p. 2241 – 2245, Vol.3, (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.1995.531369>).
- [10] Wang JJ. Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers. Simulation Modelling Practice and Theory, Vol. 19-1, January 2011, p. 440-449. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.simpat.2010.08.003>).
- [11] Lia Z y Xu C. Adaptive fuzzy logic control of dynamic balance and motion for wheeled inverted pendulums. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 160-12, 16 June 2009, p. 1787-1803. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2008.09.013>).
- [12] Wu Q, Sepehri N y He S. Neural inverse modeling and control of a base-excited inverted pendulum. Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 15-3,4, June-August 2002, p. 261-272. (DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0952-1976\(02\)00042-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0952-1976(02)00042-8)).
- [13] Ogata K. Ingeniería de control moderna. Pearson, Prentice Hall. 2010, Tercera edición.
- [14] Helmholtz HH. The Principles of Mechanics: Presented in a New Form. Primera edición 1894, Editorial Forgotten Books, edición 28 de junio de 2012.
- [15] Kreisselmeier G y Brian DOA. Robust Model Reference Adaptive Control. Automatic Control, IEEE Transactions on, Vol. 31-2, Feb 1986, p. 127 – 133. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1986.1104217>).
- [16] Makoudi M y Radouane L. A robust model reference adaptive control for non-minimum phase systems with unknown or time-varying delay. Automatica, Vol. 36-7, July 2000, p. 1057-1065. (DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0005-1098\(99\)00223-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0005-1098(99)00223-X)).
- [17] Schiehlen W. Dynamics and control of nonholonomic mobile robot systems. Preprints of the Fourth IFAC Symposium on Robot Control. Capri : IFAC, 1994, S. 329-334.
- [18] Whipple, FJW. The stability of the motion of a bicycle. Quart. J. Pure Appl. 1899, p. 312-348.
- [19] Carvallo E. Théorie du mouvement du monocycle et de la bicyclette. 1899,
- [20] Kooijman JDG, Meijaard JP, Papadopoulos JM, Ruina A y Schwab AL. A Bicycle Can Be Self-Stable Without Gyroscopic or Caster Effects. Science 15 April 2011, Vol. 332-6027 p. 339-342. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1126/science.1201959>).
- [21] Li Y, Ren X y Liu J. A New Fuzzy Control and Dynamic Modeling of Bicycle Robot. Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC), 2012 4th International Conference on, Vol. 2, 26-27 Aug. 2012, p. 53 – 58. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/IHMSC.2012.109>).
- [22] Beznos, A. V., Formal'sky, A.M., Gurfinkel, E. V., Jicharev, D. N., Lensky, A. V., Savitsky, K. V., y Tchesalin, L.S. Control of Autonomous Motion of Two- Wheel Bicycle with Gyroscopic Stabilisation. Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on , Vol. 3, 16-20 May 1998, p. 2670 – 2675, (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.1998.680749>).
- [23] Tanaka Y y Murakami T. A Study on Straight-Line Tracking and Posture Control in Electric Bicycle. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, Vol. 56-1, Jan. 2009, p. 159 – 168. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2008.927406>).
- [24] Defoort M y Murakami T. Sliding-Mode Control Scheme for an Intelligent Bicycle. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, Vol. 56-9, Sept. 2009, p. 3357 – 3368. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2009.2017096>).
- [25] Limebeer DJ y Sharp RS (2006). Bicycles, motorcycles, and models. Control Systems, IEEE, Vol. 26(5), p. 34-61.
- [26] Nasri, M, Nezamabadi-Pour H y Maghfoori M. (2007). A PSO-based optimum design of PID controller for a linear brushless DC motor. World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 26(40), p. 211-215.
- [27] Boussinesq, J. Aperçu sur la théorie de la bicyclette. J. Math. Pures Appl. (5) 5, 1899, p. 117-135.
- [28] Keo, L, & Masaki, Y. (2008). Trajectory control for an autonomous bicycle with balancer. In Advanced Intelligent Mechatronics, 2008. AIM 2008. IEEE/ASME International Conference on (pp. 676-681).
- [29] Getz, N. H., & Marsden, J. E. (1995). Control for an autonomous bicycle. In Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on, Vol. 2, p. 1397-1402.