PROBLEMA DE LA NIEVE

En el número de marzo de 2002, página 88, el Profesor **Francisco Granero** proponía el siguiente problema:

"Nieva uniforme y continuamente. Una rapidísima máquina quitanieves sale a las 12h : De 12 a 1 recorre 3 km y de 1 a 2 recorre 1 km. ¿A qué hora empezó a nevar? (Supóngase que la velocidad de la máquina es inversamente proporcional a la altura de la nieve)."

Exponemos su resolución debido al interés manifestado por varios de nuestros lectores.

Resolución. Designando por t (horas) el tiempo transcurrido desde que empezó a nevar hasta que sale la máquina y, puesto que su velocidad (v) es inversamente proporcional a la altura h de la nieve $\left(v\frac{K_1}{h}\right)$, en donde h es evidentemente directamente proporcional al tiempo t que lleva nevando ($h = K_2 \cdot t$), se tiene:

$$v = \frac{K_1}{h}, h = K_2 . t \longrightarrow v = \frac{K_1}{K_2 . t} \longrightarrow v = \frac{K}{t}$$ (hipérbola de la figura)

Visto esto, únicamente resta, para concluir el problema, aplicar el siguiente concepto de Física elemental: En un diagrama velocidad-tiempo (el de la figura, por ejemplo), el área sombreada (por ejemplo A) es igual al espacio (e_1) recorrido por el móvil entre t y t+1, inmediato, teniendo en cuenta que:

$$v = \frac{de}{dt} \longrightarrow de = v . dt \longrightarrow e_1 = \int_t^{t+1} v . dt = A$$ En consecuencia:

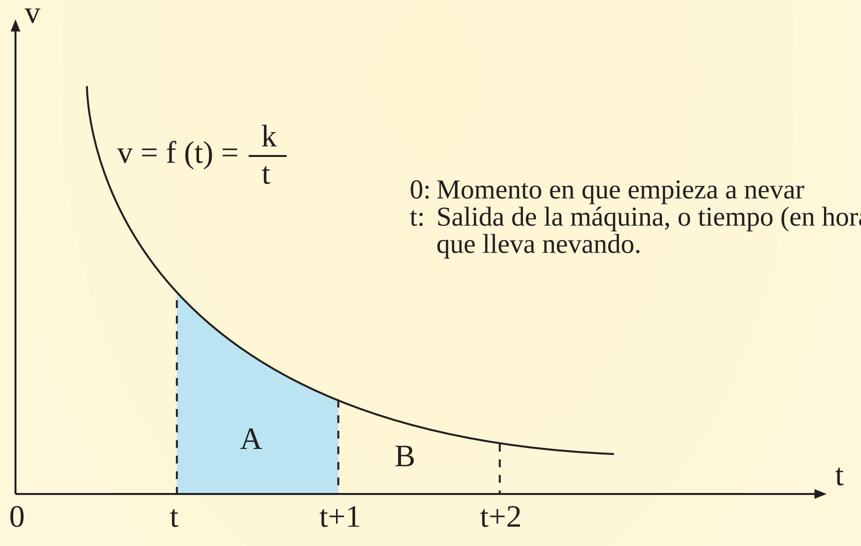
$$A = e_1 = \int_t^{t+1} \frac{k}{t} . dt = K . L\left(\frac{t+1}{t}\right) \Longrightarrow e_1 = \int_t^{t+1} v . dt = A$$

y puesto que A = e_1 = 3 · e_2, escribiremos:

$$\frac{e_1}{e_2} = 3 = \left(K.L\frac{t+1}{t}\right) : \left(K.L\frac{t+2}{t+1}\right) \longrightarrow 3 . L\left(\frac{t+2}{t+1}\right) = L\left(\frac{t+1}{t}\right) \longrightarrow L\left(\frac{t+2}{t+1}\right)^3 = L\left(\frac{t+1}{t}\right)$$

de donde resulta

$$\left(\frac{t+2}{t+1}\right)^3 = \frac{t+1}{t}$$, que da lugar a la ecuación



$$2t^3 + 6t^2 + 4t - 1 = 0$$

cuya única raíz real aproximada (•) t= 0'19148787 (¡con todas las cifras exactas!) lleva al resultado: Empezó a nevar a las 11h, 48 min, 30'6436 s.

*Antes de intentar resolver esta ecuación f(t)=o es más conveniente resolver en este momento el problema original, al que cambié algunos datos para complicarlo un poco con esta ecuación. Dicho problema original se propuso hace mucho tiempo en un examen del antiguo ingreso a Ingenieros, exactamente en los siguientes términos:

"Nieva uniformemente. Una máquina quitanieves sale a las 12. De 12 a 1 recorre un km y de 1 a 2 recorre medio km. ¿A qué hora empezó a nevar".

En este caso un planteamiento idéntico da lugar a la ecuación t^2+t-1=0 → t= 0'6180339 horas → empezó a nevar (12-t) a las 11h, 22 min, 55'08 s.

(•) La ecuación f(t)=o puede resolverse por el **método de Horner**: si f(t_1) < o y f(t_2) > o (o al revés), entonces la raíz buscada (t) está comprendida entre t_1 y t_2 (la aproximación deseada se logra reiterando este proceso).

Francisco Granero, I.I.