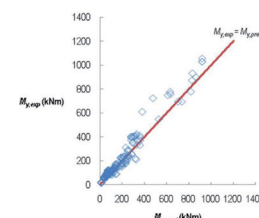


Estimación del comportamiento de secciones de hormigón armado mediante calibración con ensayos experimentales

PREDICTION OF THE BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE SECTIONS BY CALIBRATING WITH EXPERIMENTAL TESTS



DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7237> | Recibido: 14/09/2014 • Aceptado: 23/10/2014

Andrés Tomás López-López, Antonio Tomás Espín,
Gregorio Sánchez-Olivares

Universidad Politécnica de Cartagena.
Departamento de Ingeniería Civil. Pº Alfonso XIII, 52 - 30203
Cartagena. Tfno.: +34 968 325653. antonio.tomas@upct.es

ABSTRACT

- The development of numerical models that can calculate the yield and ultimate states of a member's section is essential to adequately know the seismic behavior of reinforced concrete structures. Unlike other applications, these models are directly involved in the definition of the hysteretic behavior of plastic hinges developed in the structure when subjected to seismic loading. These models must accurately reproduce the real behavior of structures with high computational efficiency. In this sense, using theoretical-empirical expressions that reduce the computational time might be suitable. The main objective of this research is the calibration and improvement of some existing expressions that are capable of modeling several parameters related to yield and ultimate states of reinforced concrete rectangular sections (yield moment, yield chord rotation and ultimate chord rotation). These expressions are calibrated with a set of tests selected from an existing database of more than 1000 tests: Only those elements complying with the constructional and seismic requirements imposed by the main codes are selected. Due to their robustness and numerical features, optimization techniques based on genetic algorithms are used in order to calibrate the expressions with the selection of tests. Results are compared with those obtained: (i) by previous authors, and (ii) using the expressions included in EC-8, showing an improvement in some statistical parameters. The calibration with structural elements complying with the codes requirements implies that these expressions are adequate for use in standard buildings.
- **Keywords:** section behaviour, reinforced concrete, genetic algorithms, calibration with tests.

RESUMEN

El desarrollo de modelos numéricos capaces de reproducir el estado plástico y de rotura de la sección de un elemento es un aspecto fundamental para conocer el comportamiento sísmico de estructuras de hormigón armado. Entre otras funciones, estos modelos intervienen de forma directa en la definición del comportamiento de histéresis de las rótulas plásticas que puedan desarrollarse en la estructura al transcurrir la acción sísmica.

Resulta necesario que estos modelos reflejen la realidad de forma precisa, sin requerir un excesivo tiempo computacional que haga inviable el análisis sísmico. En este sentido, puede ser conveniente el empleo de expresiones de carácter empírico que reduzcan los tiempos de cálculo.

El objetivo principal de este trabajo es la calibración y mejora de ciertas ecuaciones existentes, de naturaleza empírica, que permiten obtener algunos conceptos atribuidos a los estados plástico y de rotura de una sección rectangular de hormigón armado (momento y giro plástico y giro de rotura). Estas expresiones se han calibrado con una base de datos existente de entre 150 y 200 ensayos de elementos estructurales que cumplen con los requisitos sísmico-constructivos impuestos por la principal normativa nacional e internacional.

Debido a su robustez y buenas prestaciones numéricas, se han empleado técnicas de optimización mediante algoritmos genéticos para obtener el mejor ajuste posible de las expresiones a la selección de ensayos. Los resultados obtenidos se comparan con los ofrecidos previamente por otros autores y con los obtenidos aplicando las expresiones del EC-8, obteniéndose una mejora de ciertos conceptos estadísticos. La calibración de las expresiones con elementos que cumplen la normativa hace que éstas tengan una aplicación directa a casos que se presentan normalmente en la práctica constructiva.

Palabras clave: comportamiento seccional, hormigón armado, algoritmos genéticos, calibración con ensayos.

1. INTRODUCCIÓN

Para modelar convenientemente el comportamiento sísmico de un elemento estructural de hormigón armado, resulta fundamental un adecuado conocimiento de las propiedades de su sección transversal y, especialmente, de conceptos relativos al estado plástico y de rotura (curvatura, momento y giro). La correcta utilización de estos conceptos es esencial para predecir de forma fidedigna la evolución de las diferentes rótulas

plásticas (*plastic hinges*) que pueden desarrollarse en ciertas zonas de una estructura durante el transcurso de la acción sísmica, mediante el desarrollo de modelos que representen el comportamiento de histéresis de dichas rótulas [1,2].

Los modelos numéricos empleados en el cálculo sísmico suelen ser, en general, muy exigentes desde el punto de vista computacional, por lo que, además de precisos, deben ser lo más efectivos posible en lo que a tiempo de cálculo

Lista de conceptos matemáticos	
a	factor de eficacia de confinamiento
a_{cy}	parámetro dependiente del tipo de carga (0 para carga monotónica, 1 para carga cíclica)
a_{sl}	parámetro que tiene en cuenta el deslizamiento de la armadura longitudinal (0 si no se considera el deslizamiento, 1 si se permite deslizamiento)
a_{st}	parámetro dependiente del tipo de acero de las armaduras (0,0185 para acero laminado en caliente o con tratamiento térmico; 0,0115 para acero conformado en frío)
a_v	parámetro que considera la posible fisuración diagonal previa a la plastificación de la sección (0 si no se produce fisuración, 1 si hay fisuración)
$a_{w,r}$	parámetro que considera el tipo de elemento estructural (1 para muros de cortante, 0 para vigas y columnas)
$a_{w,nr}$	parámetro que considera la forma de la sección transversal (1 para secciones en T-, H-, U- o rectangulares huecas, 0 para secciones rectangulares)
A_d	área de armadura colocada a lo largo de la diagonal de la sección
A_s	área de armadura longitudinal de tracción
A'_s	área de armadura longitudinal de compresión
A_{sh}	área de armadura transversal
A_v	área de armadura longitudinal de alma, uniformemente distribuida entre la armadura de tracción y compresión
b	ancho de la sección transversal
d	canto útil de la sección transversal
d'	recubrimiento mecánico de la sección transversal
d_{bl}	diámetro de las barras de armadura de tracción
E_c	módulo de deformación longitudinal secante del hormigón
E_s	módulo de deformación longitudinal del acero de las armaduras
f_c	resistencia a compresión simple del hormigón
f_y	límite elástico de la armadura longitudinal de tracción
f'_y	límite elástico de la armadura longitudinal de compresión
f_{yh}	límite elástico de la armadura transversal
f'_{yv}	límite elástico de la armadura longitudinal de alma
h	canto de la sección transversal
L_s	distancia entre las secciones de momento flector máximo y nulo en el elemento
n	número de ensayos
N	esfuerzo axial (positivo si es de compresión)
s_n	espaciamiento de la armadura transversal
z	distancia entre la armadura de tracción y de compresión ($= d-d'$)
γ_{el}	coeficiente cuyo valor depende de si el elemento estructural es de carácter sísmico primario ($\gamma_{el} = 1,5$) o secundario ($\gamma_{el} = 1$)
$\delta' = d'/d$	
$\varepsilon_y = f_y/E_s$	
ξ_y	profundidad de la fibra neutra en el instante de plastificación de la sección
ϕ_h	diámetro de armadura transversal
ϕ_v	diámetro de armadura longitudinal de alma
ϕ_v	curvatura plástica de la sección
ϕ_t	diámetro de armadura longitudinal de tracción
ϕ'_t	diámetro de armadura longitudinal de compresión
ν	esfuerzo axial normalizado ($= N/bhf$)
ρ	cuantía de armadura de tracción ($= A_s/bd$)
ρ'	cuantía de armadura de compresión ($= A'_s/bd$)
ρ_d	cuantía de armadura diagonal en elementos armados diagonalmente ($= A_d/bd$)
ρ_h	cuantía de armadura transversal ($= A_{sh}/bs_n$)
ρ_v	cuantía de armadura longitudinal de alma ($= A_v/bd$)
ω_1	cuantía mecánica total de armadura de tracción y de alma ($= (\rho f_y + \rho_v f_{yv})/f_c$)
ω_2	cuantía mecánica de armadura longitudinal de compresión ($= (\rho' f'_y)/f_c$)

se refiere. Para obtener ciertos conceptos de comportamiento seccional, algunos investigadores [3,4] proponen sofisticados procedimientos computacionales, basados en procesos iterativos, obteniendo la relación momento-curvatura de secciones de hormigón armado. Otros modelos reproducen de forma precisa la influencia de la fisuración del hormigón en el comportamiento seccional [5,6], habiéndose modelado aspectos complejos como la propagación de la fisuración a través de las capas de armadura [7,8]. En contraposición a estos estudios, otros autores [9, 10] proponen ecuaciones sencillas basadas en fundamentos teóricos, exentas de rutinas de cálculo y calibradas con resultados experimentales, las cuales resultan útiles para predecir el comportamiento plástico y de rotura de una sección con un bajo coste computacional.

Disponer de formulaciones empíricas que resulten sencillas y de fiabilidad corroborada para determinar el comportamiento seccional de un elemento resulta de interés para reducir el elevado coste computacional que pueden presentar diversas aplicaciones sísmicas y análisis no lineales de estructuras. El desarrollo de este tipo de expresiones requiere, como condición indispensable, una adecuada calibración con datos experimentales de suficiente calidad. Cuando se pretende obtener el mejor ajuste posible, ha quedado patente, en los últimos años, que las técnicas de optimización constituyen herramientas útiles para la calibración de modelos numéricos, especialmente aquellos que presentan una especial complejidad. El uso de estas técnicas resulta frecuente no sólo en la ingeniería estructural [11], sino en otros campos de la ingeniería civil [12], debido a su capacidad para converger hacia resultados satisfactorios en un tiempo de cálculo aceptable. Entre las diferentes técnicas de optimización existentes, los algoritmos genéticos pueden considerarse, debido a sus buenas prestaciones, como una de las empleadas con mayor frecuencia para la calibración de modelos numéricos [13].

El objetivo principal de este trabajo es modificar algunas expresiones de carácter teórico-empírico previamente propuestas por otros autores, calibrándolas con una base de datos de elementos estructurales que cumplan diferentes requisitos de carácter sísmico-constructivo. Para alcanzar dicho objetivo, se ha realizado una selección de entre 150 y 200 ensayos (el número exacto depende del parámetro en estudio), partiendo de una base de datos de 1012 ensayos disponible en la literatura [14], imponiendo las exigencias constructivas y de carácter sísmico establecidas por los principales códigos de diseño. Las expresiones propuestas pueden ser aplicadas por

el proyectista a elementos estructurales de sección rectangular empleados en edificios habituales de hormigón armado.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. SELECCIÓN DE ENSAYOS

Una correcta calibración de modelos numéricos con resultados experimentales requiere el empleo tanto de un número representativo de resultados como de datos de una adecuada calidad. Con objeto de alcanzar este objetivo, en este trabajo se ha realizado una selección de ensayos experimentales a partir de una base de datos disponible en la referencia [14]. El propósito de esta selección es obtener una adecuada base de datos de ensayos experimentales correspondientes a elementos estructurales ‘reales’ que bien pudieran haberse utilizado en edificios convencionales de hormigón. Dicha selección de ensayos se emplea para calibrar diversas expresiones que sean capaces de reproducir el comportamiento plástico y de rotura de secciones rectangulares de hormigón armado.

La selección de ensayos está compuesta por vigas y pilares, ensayados mediante configuraciones de ménsula simple, ménsula doble y viga simplemente apoyada. La sección transversal de los elementos presenta una geometría rectangular, con armadura longitudinal en las caras superior e inferior y cercos rectangulares como armadura transversal. Debido al amplio número de variables presentes en los ensayos existentes, se han escogido cinco grupos de parámetros para cumplir las restricciones impuestas por las principales normas de diseño: dimensiones de la sección transversal, características mecánicas de los materiales, diámetro de las barras de armado, cuantías de armadura y espaciamiento de la armadura transversal.

La normativa de diseño considerada para realizar la selección de ensayos considera las restricciones impuestas a nivel tanto nacional como internacional. Se divide en tres grupos, considerándose en cada uno de ellos una norma/código principal y su correspondiente norma/código sísmico. Para el caso del código ACI-318, las restricciones de carácter sísmico se imponen considerando su parte sísmica (capítulo 21). Los tres grupos considerados son:

1. EHE-08 [15] (incluyendo su anejo sísmico) y NCSE-02 [16].
2. EC-2 [17] y EC-8 [18].
3. ACI-318 [19].

Parámetro	L_s mm	b mm	h mm	d mm	φ_L mm	φ'_L mm	φ_v mm	φ_h mm	s_h mm
Valores	250-2335	152-550	150-735	125-685	10-32	10-32	6-26	6-14	32-152

Tabla 1: Rango de valores para los parámetros geométricos en la selección de ensayos

Parámetro	f_c MPa	f_y MPa	f'_y MPa	f'_{yv} MPa	f_{yh} MPa	ρ %	ρ' %	ρ_v %	ρ_h %	ρ_d %
Valores	21-80	317-553	317-542	318-516	284-480	0,43-2,45	0,43-2,18	0,00-2,00	0,09-3,66	0,00-0,49

Tabla 2: Rango de valores para resistencias de materiales y cuantías de armadura en la selección de ensayos

Las Tablas 1 y 2 muestran un resumen de los valores adoptados por los diferentes parámetros en la selección de ensayos.

Para confeccionar la selección de ensayos, en cada grupo de normas/códigos considerado se establece el rango de variación de cada parámetro, de modo que dicho rango cumpla, simultáneamente, con lo establecido en cada norma/código de dicho grupo. A partir de los tres rangos de variación obtenidos para cada parámetro, correspondientes con los tres grupos considerados, se obtiene un nuevo y definitivo rango de variación, de modo que se cumplan las restricciones de, al menos, uno de los tres grupos. En los ensayos escogidos se considera el nivel de ductilidad que resulte menos restrictivo, con objeto de que la selección de ensayos sea lo más extensa posible. Los elementos escogidos cumplen, por tanto, ciertas restricciones de carácter sísmico.

2.2. ECUACIONES DE COMPORTAMIENTO PLÁSTICO Y DE ROTURA DE SECCIONES RECTANGULARES

Para simular de forma precisa el comportamiento sísmico de un elemento estructural de hormigón armado, resulta conveniente la obtención de ecuaciones capaces de reproducir conceptos relacionados con el estado plástico y de rotura de su sección a partir de su geometría, características mecánicas de los materiales y cuantías de armadura. Siguiendo este argumento, Panagiotakos y Fardis [14] desarrollaron expresiones que permiten obtener el comportamiento plástico y de rotura de una sección rectangular. Posteriormente, Biskinis y Fardis [9,10] propusieron otras expresiones a partir de las desarrolladas previamente, extendiéndolas a secciones en T, H, U y a secciones rectangulares huecas.

En este apartado se muestran ciertas ecuaciones desarrolladas por Biskinis y Fardis [9,10] capaces de predecir conceptos relativos al estado plástico y de rotura de la sección de un elemento sometido a esfuerzos de flexión, como el giro de rotura, el momento plástico y el giro plástico. Disponer de expresiones que determinan el giro de una sección resulta útil para el proyectista, pues se obtiene información relevante acerca de la capacidad de deformación del elemento estructural considerando no sólo sus características seccionales, sino también otros aspectos como su longitud y condiciones de contorno. Estas expresiones fueron calibradas con una base de datos muy heterogénea, que introduce dispersión en los resultados al contener elementos estructurales de diversa naturaleza (de nueva construcción y rehabilitados) y secciones de diferentes geometrías (T, H, U y rectangular hueca). El objetivo que se persigue en esta contribución es calibrar dichas ecuaciones con la selección de ensayos “reales” descrita en el apartado 2.1 mediante la introducción de una serie de coeficientes, con objeto de obtener unas expresiones que proporcionen menos dispersión en sus resultados y sean aplicables a casos que se presenten habitualmente en la práctica constructiva. Los valores de los coeficientes se obtienen empleando técnicas de optimización mediante algoritmos genéticos.

2.2.1. Momento plástico (M_p), giro plástico (θ_p) y giro de rotura (θ_r)

Las ecuaciones propuestas para la obtención del momento y giro plástico y del giro de rotura provienen de las desarro-

lladas por Biskinis y Fardis [9,10], modificadas mediante la introducción de quince coeficientes de calibración (C_1 a C_{15}).

$$\frac{M_p}{bd^3} = \phi_y \left\{ E_c \frac{\xi_y^2}{2} \left(C_1 \frac{1+\delta'}{2} - C_2 \frac{\xi_y}{3} \right) + \frac{E_s(1-\delta')}{2} [C_3(1-\xi_y)\rho + C_4(\xi_y - \delta')\rho + C_5 \frac{\rho_y}{6}(1-\delta')] \right\} \quad (1)$$

$$\theta_y = \phi_y \frac{C_6 L_s + C_7 a_y z}{3} + C_8 \left(1 + C_9 \frac{h}{L_s} \right) + C_{10} a_{st} \frac{\phi_y d_{BL} f_y}{8 \sqrt{f_c}} \quad (2)$$

$$\theta_r = a_{st} (1 - C_{11} a_{cy}) \left(1 + \frac{a_{st}}{2} \right) (1 - 0,42 a_{w,r}) \left(1 - \frac{2}{7} a_{w,r} \right) (C_{12})^v \left[\frac{\max(0,01;\omega_2)}{\max(0,01;\omega_1)} f_c \right]^{C_{13}} [\min(9, \frac{L_s}{h})]^{C_{14}} 25^{[(a_{cy} f_{yk})/f_c]} C_{15}^{100\rho_d} \quad (3)$$

Resulta necesario destacar que las ecuaciones inicialmente desarrolladas por Biskinis y Fardis [9,10], aunque están basadas en fundamentos teóricos, presentan un carácter fuertemente empírico, incluyendo una serie de coeficientes obtenidos mediante la calibración con una base de datos concreta. Los coeficientes de calibración introducidos en este trabajo se proponen tras realizar un estudio de la sensibilidad de los diferentes términos de las expresiones iniciales, modificando, fundamentalmente, aquellos coeficientes de carácter empírico presentes en la formulación inicial.

Las normas de diseño incluyen expresiones para determinar el valor del giro experimentado por una sección de hormigón armado. Concretamente, el EC-8 [20] propone las siguientes ecuaciones (4) y (5) para obtener el giro plástico y de rotura, respectivamente:

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_s + a_y z}{3} + 0,0014 \left(1 + 1,5 \frac{h}{L_s} \right) + \frac{\varepsilon_y}{d - d'} \frac{d_{BL} f_y}{6 \sqrt{f_c}} \quad (4)$$

$$\theta_r = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01;\omega_2)}{\max(0,01;\omega_1)} f_c \right]^{0,225} [\min(9, \frac{L_s}{h})]^{0,35} 25^{[(a_{cy} f_{yk})/f_c]} 1,25^{100\rho_d} \quad (5)$$

Para poder comparar, en términos homogéneos, los valores obtenidos por las expresiones propuestas en este estudio con los valores resultantes de la aplicación de la Ec. (5) y con los valores de los ensayos experimentales, no se ha aplicado la minoración propuesta por EC-8 del giro de rotura de la sección en función del tipo de elemento, adoptando para ello el coeficiente $\gamma_{el} = 1$ en cualquier caso.

2.3. APLICACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS EN LA CALIBRACIÓN DE ENSAYOS

Los coeficientes C_1 a C_{15} se emplean para calibrar las distintas ecuaciones de comportamiento a partir de los resultados experimentales de la selección de ensayos. Los valores de estos coeficientes se han obtenido en este trabajo empleando técnicas de optimización mediante algoritmos genéticos.

Los algoritmos genéticos son métodos de optimización que imitan el mecanismo de evolución biológica natural. Estos algoritmos trabajan, mediante operadores como el cruzamiento y la mutación, sobre una población de individuos, los cuales van modificando sus características, o genotipo, generación tras generación. Aplicando el principio de elitismo -principio de supervivencia de los individuos mejor adaptados-, nuevos individuos producidos por los operadores se introducen en la población, desplazando de la misma a otros individuos. Para medir el grado de adaptación de cada individuo se usa una función denominada ‘de adecuación’.

En los algoritmos genéticos, a pesar de no estar garantizada la obtención de un óptimo global, la naturaleza estocástica

del método y el uso de una población extensa de individuos en cada generación da lugar, normalmente, a soluciones cercanas al óptimo [21,22]. Estos algoritmos son capaces de obtener soluciones robustas para problemas con reducido número de variables y grandes tamaños de población [23]. Información detallada de estos métodos puede consultarse en las referencias [24-27]. En este trabajo se ha empleado una *toolbox* que implementa algoritmos genéticos en el software Matlab® [28], modificada por los autores para adaptar sus características a las particularidades de este estudio.

Las variables del problema de diseño óptimo son los coeficientes C_1 a C_{15} . Las características, o genotipo, de cada individuo de la población son valores concretos de estas variables. La función objetivo FO a minimizar es el coeficiente de variación C_v del cociente entre el valor experimental x_{exp} y el obtenido mediante las ecuaciones propuestas x_{pred} (valor predicho). La selección de ensayos es una muestra de la población total de 1012 ensayos disponibles en [14]. Por ello, el coeficiente de variación es el cociente entre la desviación típica muestral (s) y la media muestral ($\bar{x}$) de la variable definida anteriormente x_{exp}/x_{pred} :

$$FO = C_v = \frac{s}{\bar{x}} \quad (6)$$

La restricción g del problema de diseño óptimo impuesta es un límite para la media $\bar{x}$ del cociente valor experimental-valor predicho. Esta restricción pretende aproximar la media, en la medida de lo posible, a uno, lo que significa una reducción de las diferencias entre los valores experimentales

y los predichos. Concretamente, cuando la media $\bar{x}$ queda fuera del intervalo 0,95-1,05 la restricción g se considera violada.

La función de adecuación FA incluye, de forma conjunta, a la función objetivo FO y a la restricción g . Un aumento de la función objetivo supone un aumento de la función de adecuación. De modo similar, un aumento de la restricción supone, sólo si está violada, un aumento de la función de adecuación. Los individuos que obtengan, por su genotipo, valores más bajos de la función de adecuación serán considerados mejor adaptados. La función de adecuación usada en este trabajo es la siguiente:

$$FA = FO (1 + g) = \frac{s}{\bar{x}} (1 + |\bar{x} - 1|) \quad (7)$$

Los valores de los parámetros y criterios de búsqueda para el algoritmo genético considerado en este trabajo son, tras la realización de diversas pruebas, los siguientes: población total dividida en 10 subpoblaciones; tamaño de subpoblación constante de 5000; número máximo de generaciones de 500; muestreo estocástico universal; cruce multipunto; tasa de mutación linealmente decreciente desde 1,0 en el inicio hasta 0,0 en la convergencia; tasa de migración entre subpoblaciones del 50 % de los individuos, que tiene lugar cada 50 generaciones; y elitismo con el 50 % de los mejores individuos obtenidos en la nueva generación reinsertados con los mejores de la generación anterior. Se ha considerado como solución óptima la mejor solución obtenida tras 10 pruebas realizadas con diferentes

	Nº de ensayos	$\bar{x}$	s	C_v	S_d	r
Biskinis y Fardis [9] Panagiotakos y Fardis [14]	192	1,20	0,26	21,96	6356,35	0,978
Ecuación propuesta		1,01	0,19	18,56	5142,99	0,985

Tabla 3: Parámetros estadísticos para el ratio $M_{y,exp}/M_{y,pred}$

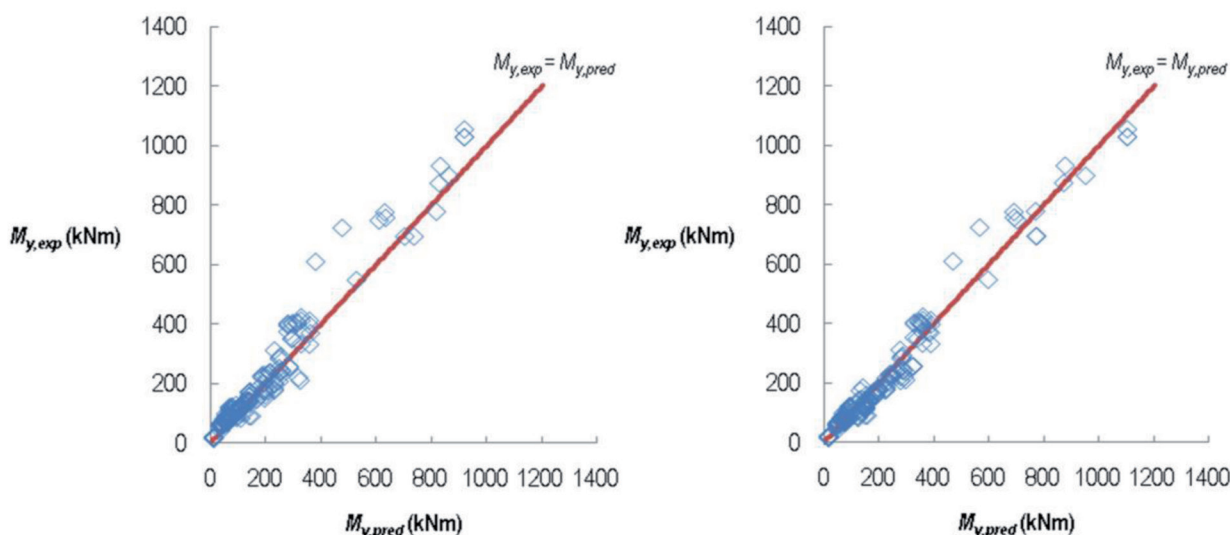


Fig.1: Comparación entre valores experimentales y analíticos para el momento plástico (M_y)
(a) Panagiotakos y Fardis [14] y Biskinis y Fardis [9] (b) Ecuación propuesta

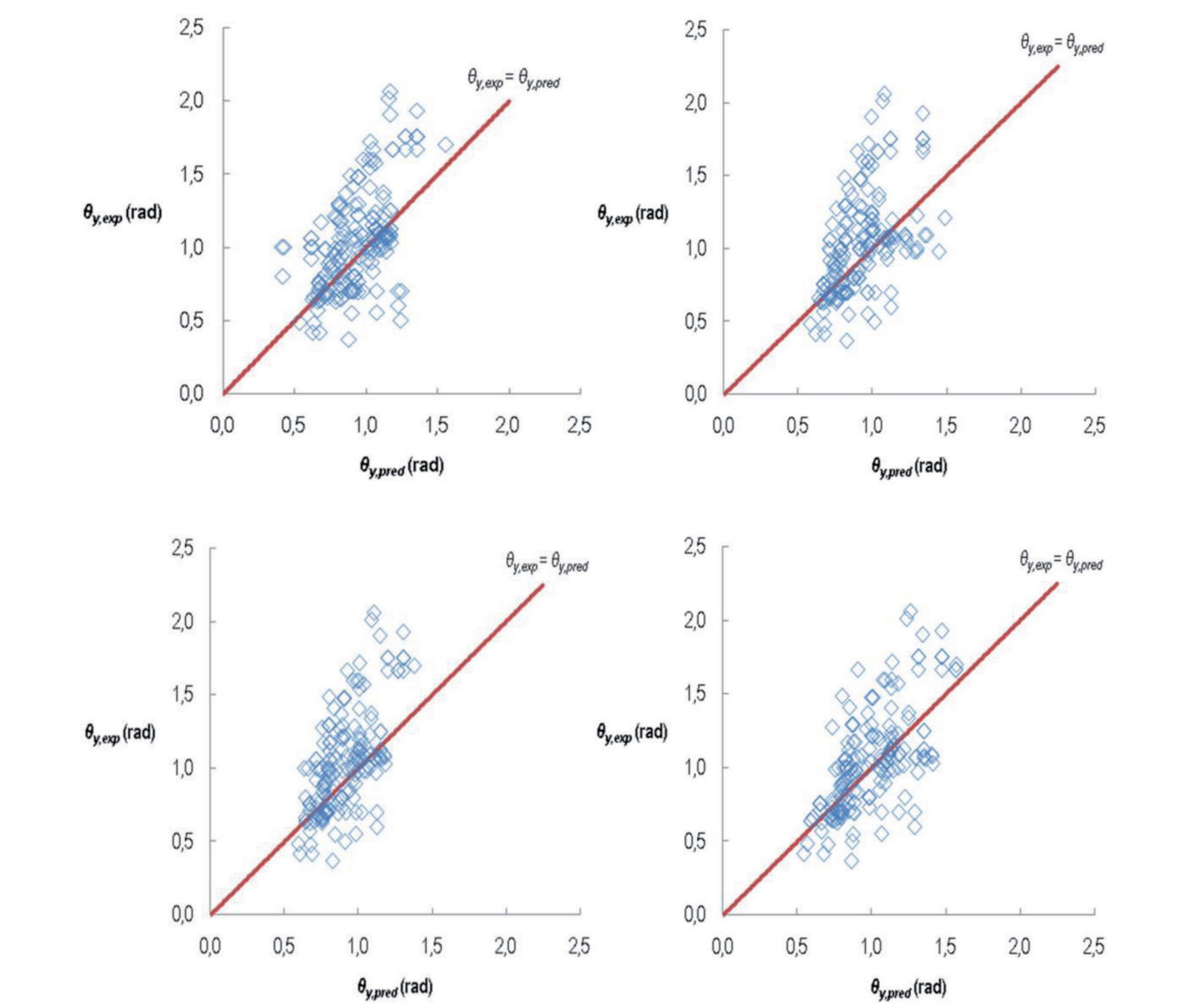
poblaciones iniciales aleatorias.

3. RESULTADOS

En este apartado se presentan resultados relativos a ciertos parámetros estadísticos de la variable x_{exp}/x_{pred} . Dichos parámetros son el coeficiente de variación (C_v) (Ec. 6), la media muestral ($\bar{x}$), la desviación típica muestral (s) y el coeficiente de correlación muestral entre valores experimentales y predi-

	Nº de ensayos	$\bar{x}$	s	C_v	S_d	r
Panagiotakos y Fardis[14]	177	1,13	0,33	29,07	40,98	0,555
EC-8 [20]		1,12	0,31	27,29	41,68	0,522
Biskinis y Fardis [9]		1,14	0,29	25,29	39,19	0,643
Ecuación propuesta		1,04	0,26	24,50	35,77	0,649

Tabla 4: Parámetros estadísticos para el ratio $\theta_{y,exp}/\theta_{y,pred}$



(a) Panagiotakos y Fardis [14] (b) EC-8 [20] (c) Biskinis y Fardis [9] (d) Ecuación propuesta
Fig.2: Comparación entre valores experimentales y analíticos para el giro plástico (θ_y)

chos $r(x_{pred}, x_{exp})$.

Adicionalmente, con objeto de proporcionar una estimación de la calidad de los resultados obtenidos, se ha empleado el sumatorio de los valores absolutos de las diferencias entre los valores experimentales y los analíticos (S_d), de modo que cuanto más bajo sea el valor del sumatorio, mejor se ajustan las ecuaciones propuestas a los resultados experimentales:

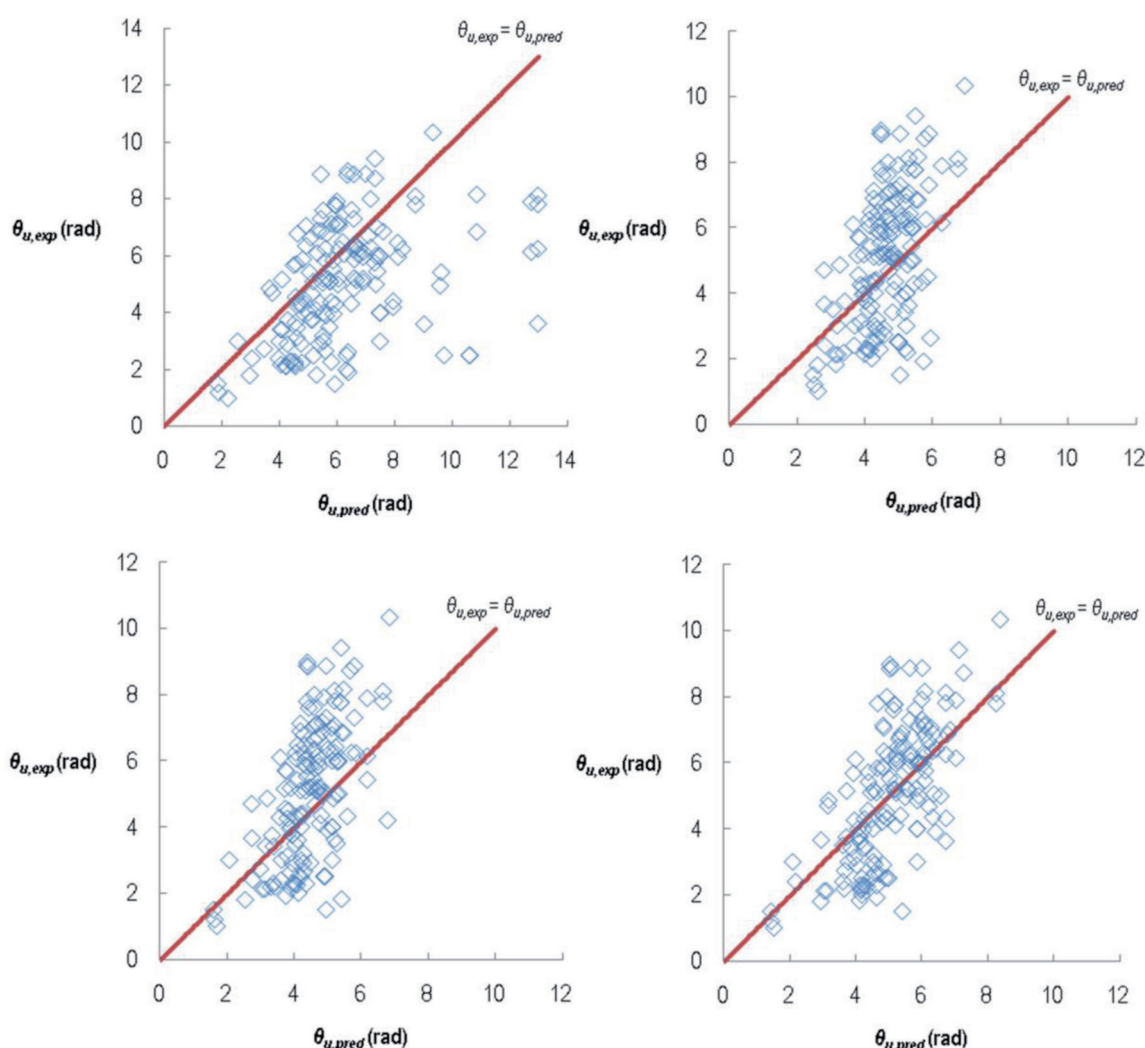
$$S_d = \sum_{i=1}^n |x_{i,exp} - x_{i,pred}| \quad (8)$$

La Ecuación propuesta para el momento plástico (M_y), calibrada con la selección de ensayos, es:

$$\frac{M_y}{bd^3} = \phi_y \left\{ E_c \frac{\xi_y^2}{2} (1,404 \frac{1+\delta'}{2} - 1,9 \frac{\xi_y}{3}) + \frac{E_s(1-\delta')}{2} [1,501(1-\xi_y)\rho + 0,1(\xi_y - \delta')\rho^2 + 0,1 \frac{\rho^2}{6} (1-\delta')] \right\} \quad (9)$$

	Nº de ensayos	$\bar{x}$	s	C_v	S_d	r
Panagiotakos y Fardis[14]	155	0,84	0,31	36,57	294,57	0,41
EC-8 [20]		1,09	0,38	35,12	235,09	0,52
Biskinis y Fardis [10]		1,12	0,38	33,48	228,84	0,57
Ecuación propuesta		0,99	0,31	31,55	189,16	0,67

Tabla 5: Parámetros estadísticos para el ratio $\theta_{u,exp}/\theta_{u,pred}$



(a) Panagiotakos y Fardis [14] (b) EC-8 [20] (c) Biskinis y Fardis [10] (d) Ecuación propuesta

Fig.3: Comparación entre valores experimentales y analíticos para el giro de rotura (θ_u)

La Tabla 3 y la Fig. (1) muestran, respectivamente, los parámetros estadísticos obtenidos para el momento plástico y la relación gráfica entre los valores experimentales y predichos aplicando la formulación de diferentes autores.

En cuanto al giro plástico, la ecuación que se propone tras realizar el proceso de optimización es

$$\theta_y = \phi_y \frac{1,594 L_s + 2,552 a_y z}{3} - 0,0031 (1 - 1,741 \frac{h}{L_s}) + 1,270 a_{st} \frac{\phi_y d_{bl} f_y}{8 \sqrt{f_c}} \quad (10)$$

Los valores de los parámetros estadísticos obtenidos se exponen en la Tabla 4. Los valores experimentales y los obtenidos aplicando las expresiones de diferentes autores y la propuesta por el EC-8 se comparan en la Fig. (2). Los giros están expresados en radianes y multiplicados por 100.

La expresión propuesta para el giro de rotura tras la aplicación de algoritmos genéticos viene dada por la Ec. (11). Los parámetros estadísticos obtenidos se muestran en la Tabla 5, donde C_v se expresa en porcentaje y r es el coeficiente de correlación.

$$\theta_u = a_{st} (1 - 0,167 a_{cy}) (1 + \frac{a_{st}}{2}) (1 - 0,42 a_{w,r}) (1 - \frac{2}{7} a_{w,rr}) (0,237^v) [\frac{\max(0,01; \omega_2)}{\max(0,01; \omega_1)} f_c]^{0,093} [\min(9, \frac{L_s}{h})]^{0,537} 25^{[(\omega_2 f_{yk}) / f_c]^{1,1}} 1,004^{100 \rho_d} \quad (11)$$

La relación entre los valores experimentales del giro de rotura ($\theta_{u,exp}$) y los obtenidos con la Ec. (11) ($\theta_{u,pred}$) se muestra gráficamente en la Fig. (3), donde los valores aparecen en radianes y multiplicados por 100.

Las expresiones propuestas en este estudio para el giro plástico y de rotura permiten estimar la ductilidad de la sección de elementos estructurales “reales”, aspecto que resulta relevante en el estudio de secciones sometidas a acciones sísmicas.

4. DISCUSIÓN

A la vista de los resultados expuestos en la Tabla 3, puede deducirse que la ecuación propuesta para el momento plástico (Ec. 9) ofrece unos resultados que suponen una mejora en el parámetro S_d de aproximadamente el 19 % respecto a los obtenidos empleando la formulación propuesta por [9,14]. Además, se consigue una disminución de aproximadamente el 15 % en el coeficiente de variación (C_v) y en la media ($\bar{x}$), y del 28 % en la desviación típica (s).

Para el giro plástico, los parámetros estadísticos mostrados en la Tabla 4 implican unas disminuciones conseguidas con la ecuación propuesta en S_d del 9 y el 13 % respecto a las ecuaciones presentes en [9,14], respectivamente. Adicionalmente, se obtienen mejoras en el coeficiente de variación C_v (entre el 3 y el 16 %), la desviación típica s (entre el 10 y el 21 %) y en el coeficiente de correlación r (entre el 1 y el 17 %) respecto a dichas ecuaciones. En cuanto a las mejoras conseguidas respecto a la ecuación del EC-8, destaca una reducción en S_d del 14 % y un aumento del coeficiente de correlación r del 24 %.

Tal y como se deduce de la Tabla 5, la ecuación propuesta

para el giro de rotura ofrece una disminución de aproximadamente el 36 % en S_d respecto a lo obtenido empleando la expresión propuesta por Panagiotakos y Fardis [14] y del 17 % respecto a la propuesta por Biskinis y Fardis [10]. Los resultados presentan menos dispersión (C_v) y una media más cercana a uno. Además, el coeficiente de correlación obtenido con la ecuación propuesta se incrementa entre el 18 y 63 % respecto a lo obtenido con otras expresiones, lo que implica una mayor dependencia de tipo lineal entre los valores experimentales y predichos. Respecto a la expresión propuesta por el EC-8, se consigue una disminución del 20 % en S_d y un aumento del 29 % en el coeficiente de correlación r .

Las relaciones entre los valores experimentales y los obtenidos con diferentes expresiones, expuestas gráficamente en las Figuras (1), (2) y (3), muestran cómo los resultados obtenidos mediante las ecuaciones propuestas en este estudio están más concentrados en las proximidades de la línea de 45° (donde los valores experimentales coinciden con los analíticos) que los obtenidos empleando otras ecuaciones. Este aspecto denota unos resultados con un mejor ajuste a la selección de ensayos realizada.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone la calibración y mejora de ciertas ecuaciones existentes para la obtención del momento y giro plástico y el giro de rotura de una sección rectangular de hormigón armado en función de las características de dicha sección. Estos conceptos resultan esenciales para el desarrollo posterior de diagramas de histéresis que reflejen adecuadamente el comportamiento de las rótulas plásticas desarrolladas en un elemento estructural al actuar la acción sísmica.

Con objeto de resultar aplicables a elementos empleados habitualmente en el diseño de edificios situados en zonas sísmicas, las expresiones se han calibrado mediante una selección de ensayos extraída de una base de datos existente de más de 1000 ensayos. Para ello se han seleccionado elementos estructurales que cumplan las prescripciones constructivas y de carácter sísmico que marcan diversos códigos. Para realizar la calibración se ha recurrido a técnicas de optimización mediante algoritmos genéticos.

Las ecuaciones resultantes suponen una mejora en ciertos parámetros estadísticos respecto a lo ofrecido por otras expresiones, lo que implica una reducción de la dispersión (menores valores del coeficiente de variación C_v y de la desviación típica s) y una mayor aproximación de los resultados predichos a los resultados experimentales disponibles en la selección de ensayos (menores valores del sumatorio S_d de las diferencias entre valores experimentales y analíticos y mayores valores del coeficiente de correlación r).

La principal aportación realizada mediante las expresiones propuestas no es tanto su mejora respecto a las expresiones previas, sino su adecuación a elementos estructurales “reales” al estar calibradas con la selección de ensayos. Este aspecto posibilita que se pueda realizar su implementación en modelos más generales de estructuras de hormigón armado que permitan abordar análisis de carácter no lineal, como los modelos de histéresis o el análisis *pushover*.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sharma A, Eligehausen R, Reddy GR. "Pivot hysteresis model parameters for reinforced concrete columns, joints and structures". *ACI Structural Journal*. 2013. Vol.110-2, p. 217-228. DOI: <http://dx.doi.org/10.14359/51684402>.
- [2] Sucuoglu H, Acun B. "Energy-based hysteresis model for flexural response of reinforced concrete columns". *ACI Structural Journal*. 2012. Vol.109-4, p. 541-550. DOI: <http://dx.doi.org/10.14359/51683873>.
- [3] Kwak HG, Kim SP. "Simplified monotonic moment-curvature relation considering fixed-end rotation and axial force effect". *Engineering Structures*. 2010. Vol.32-1, p. 69-79. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.017>.
- [4] Petschke T, Corres H, Ezeberry JI et al. "Expanding the classic moment-curvature relation by a new perspective onto its axial strain". *Computers and Concrete*. 2013. Vol.11-6, p. 515-529. DOI: <http://dx.doi.org/DOI:10.12989/cac.2013.11.6.515>.
- [5] Carpinteri A, Corrado M, Paggi M. "An integrated cohesive/overlapping crack model for the analysis of flexural cracking and crushing in RC beams". *International Journal of Fracture*. 2010. Vol.161-2, p.161-173. DOI: 10.1007/s10704-010-9450-4.
- [6] Bazant ZP, Planas J. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press, 1998. 640 p. ISBN: 978-0849382840.
- [7] Ruiz G. "Propagation of a cohesive crack crossing a reinforcement layer". *International Journal of Fracture*. 2001. Vol.111-3, p. 265-282. DOI: 10.1023/A:1012260410704.
- [8] Ruiz G, Carmona JR, Cendón DA. "Propagation of a cohesive crack through adherent reinforcement layers". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006. Vol.195-52, p. 7237-7248. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2005.01.029>.
- [9] Biskinis D, Fardis MN. "Deformations at flexural yielding of members with continuous or lap-spliced bars". *Structural Concrete*. 2010. Vol.11-3, p.127-138. DOI: <http://dx.doi.org/10.1680/stco.2010.11.3.127>.
- [10] Biskinis D, Fardis MN. "Flexure-controlled ultimate deformations of members with continuous or lap-spliced bars". *Structural Concrete*. 2010. Vol.11-2, p. 93-108. DOI: <http://dx.doi.org/10.1680/stco.2010.11.2.93>.
- [11] Tomás A, Miñarro A. "Automated design of optimum longitudinal reinforcement for flexural and axial loading". *Computers and Concrete*. 2012. Vol.10-2, p.149-171. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/cac.2012.10.2.149>.
- [12] Rokonzaman MD, Sakai T. "Calibration of the parameters for a hardening-softening constitutive model using genetic algorithms". *Computers and Geotechnics*. 2010. Vol.37-4, p. 573-579. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.02.007>.
- [13] Muleta MK, Boulos PF, Orr CH et al. "Using genetic algorithms and particle swarm optimization for optimal design and calibration of large and complex urban stormwater management models". En: *Proceedings of World Environmental and Water Resource Congress*, (Omaha May 21 2006). p. 1-10. DOI: [http://dx.doi.org/40856\(200\)113](http://dx.doi.org/40856(200)113).
- [14] Panagiotakos TB, Fardis MN. "Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate". *ACI Structural Journal*. 2001. Vol.98-2, p.135-148. DOI: <http://dx.doi.org/10.14359/10181>.
- [15] COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. *Instrucción de hormigón estructural: EHE-08*. Madrid: Ministerio de Fomento, 2008.
- [16] COMISIÓN PERMANENTE DE NORMAS SISMORRESISTENTES. *Norma de construcción sismorresistente: NCSE-02. Parte general y edificación*. Madrid: Ministerio de Fomento, 2002.
- [17] COMITEE EUROPEEN DE NORMALISATION. *European Standard EN1992-1-1, Eurocode 2, Design of concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels: Comitee Europeen de Normalisation, 2004.
- [18] COMITEE EUROPEEN DE NORMALISATION. *European Standard EN1998-1, Eurocode 8, Design provisions for earthquake resistance of structures-Part 1-3: General rules. Specific rules for various materials and elements*. Brussels: Comitee Europeen de Normalisation, 2004.
- [19] ACI COMMITTEE 318. *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary (318R-08)*. USA: ACI, Farmington Hills, 2008.
- [20] COMITEE EUROPEEN DE NORMALISATION. *European Standard EN1998-3, Eurocode 8, Design provisions for earthquake resistance of structures-Part 3: Assessment and retrofitting of buildings*. Brussels: Comitee Europeen de Normalisation, 2005.
- [21] Erbatur F, Hasancebi O, Tutuncu I et al. "Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms". *Computers and Structures*. 2000. Vol.75-2, p. 209-224. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949\(99\)00084-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949(99)00084-X).
- [22] Salajegheh E, Gholizadeh S. "Structural seismic optimization using meta-heuristics and neural networks: a review". *Computational Technology Reviews*. 2012. Vol. 5, p.109-137. DOI: <http://dx.doi.org/10.4203/ctr.5.4>.
- [23] Beyer HG, Sendhoff B. "Robust optimization - A comprehensive survey". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2007. Vol.196-33-34, p. 3190-3218. DOI: <http://dx.doi.org/DOI: 10.1016/j.cma.2007.03.003>.
- [24] Arora JS. *Introduction to optimum design*. 2nd edition. London: Elsevier Academic Press, 2004. 728 p. ISBN: 0-12-064155-0.
- [25] Yang XS. *Nature-inspired metaheuristic algorithms*. 2nd edition. Frome: Luniver Press, 2010. 115 p. ISBN: 978-1-905986-28-6.
- [26] Holland JH. *Adaptation in natural and artificial systems*. Massachusetts: MIT Press Cambridge, 1992. 183 p. ISBN: 0-262-58111-6.
- [27] Goldberg, DE. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. 1st edition. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing, 1989. 412 p. ISBN: 0201157675.
- [28] Chipperfield AJ, Fleming PJ, Fonseca CM. "Genetic algorithm tools for control systems engineering". En: *Proceedings of Adaptive Computing in Engineering Design and Control Conference*, (Plymouth 1994). p. 128-133.