# Propulsión acuática bio-inspirada basada en aleteo: revisión y últimos avances



# Bio-inspired aquatic flapping propulsion: review and recent developments

#### Francisco J. Huera-Huarte

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI. Dpto de Ingeniería Mecánica. Avda. Països Catalans, 26 - 43007 Tarragona. Tfno: +34 977 558452. francisco.huera@urv.cat

DOI: http://dx.doi.org/10.6036/7870 | Recibido: 02/11/2015 • Aceptado: 05/01/2016

#### **ABSTRACT**

• The advances in the last years in the field of bio-inspired aquatic propulsion, have to do without a doubt with the new capabilities introduced by novel optical measurement techniques for fluids such as particle image velocimetry and the use of increasingly detailed and precise numerical simulations. Thanks to these techniques, progress has been done into ways of implementing engineering systems based on flapping propulsion, and they have allowed a better understanding of the physics of the fluid-structure interaction phenomena.

There is a vast amount of open literature describing the swimming of fish and of canonical systems that simulate animal flapping, and as a result, the role of kinematics and flexibility in propulsion, the role of fin shape and how important are three-dimensional effects, and other aspects such as interference with other wakes, are now better understood.

In this brief review, the intention is to highlight the most important aspects related to flapping aquatic propulsion and to point out not intensively, some of the recent most influential works.

 Key Words: Bio-mechanics, Bio-inspiration, flapping, swimming, fluid-structure interaction.

#### **RESUMEN**

Los avances que se han producido en los últimos años en el campo de la propulsión acuática bio-inspirada, tienen que ver indiscutiblemente, con las nuevas capacidades introducidas por técnicas de medida ópticas en fluidos como la velocimetría por imagen de partículas y por el uso de simulaciones numéricas cada vez más detalladas y precisas. Gracias a estas técnicas se ha podido avanzar hacia soluciones que se están ya empezando a implementar en sistemas de ingeniería, y han permitido entender parte de la física asociada a la interacción fluido-estructura en sistemas que se propulsan aleteando.

Se dispone de abundante literatura publicada que describe el nado de peces y sistemas que simulan canónicamente animales que aletean, y gracias a ello se está empezando a entender cuál es el rol de la cinemática y de la flexibilidad en la propulsión, cuales son los efectos de la forma de las aletas y como de importantes son los efectos tri-dimensionales, así como otros aspectos como por ejemplo la interferencia con otras estelas.

En esta breve revisión se pretenden destacar aquellos aspectos más importantes relativos al nado por aleteo y destacar así de forma no intensiva algunos de los trabajos recientes de interés.

**Palabras Clave**: bio-mecánica, bio-inspiración, aleteo, natación, interacción fluido-estructura.

# 1. INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista biológico y más en concreto pensando en aspectos evolutivos, la descripción a nivel de la física de la locomoción de especies que se desenvuelven en medio acuático, ha recibido gran atención en las últimas décadas. Además del interés asociado a la biología, ya desde el siglo XVI, Leonardo Da Vinci se inspiraba en la naturaleza para construir algunas de sus máquinas voladoras. La bio-inspiración, que consiste en la observación de la naturaleza como fuente de inspiración para diseñar sistemas artificiales, se ha establecido como una parte fundamental de la ingeniería, y se aplica en campos tan diversos como por ejemplo la mecánica, la aeronáutica, la robótica, la informática, la química y la medicina.

En el campo de la ingeniería mecánica, naval y aeronáutica, el estudio de nuevos sistemas de propulsión pasa por la bio-inspiración sin lugar a dudas. Sin ir más lejos, y para enfatizar con un ejemplo la importancia de este nuevo paradigma, destacar que un consorcio de empresas con sede en los Paises Bajos presentó recientemente el MS Triade, un barco que se propulsa mediante un sistema basado en aleteo y no con hélices. Está basado en un mecanismo que permite transformar el giro desarrollado por un motor en un eje, a un movimiento de aleteo sencillo que permite propulsar la embarcación, de grandes dimensiones, y con gran eficiencia. Los creadores del sistema, la empresa O-foil, comentan que la eficiencia aumenta hasta un 50% si se compara a la propulsión por hélice. También en el mundo de la robótica y en especial en aquellos robots que se desenvuelven en medio fluido, aparecen constantemente nuevos conceptos basados en resultados que la naturaleza ha encontrado previamente como solución a adaptaciones específicas.

Con este manuscrito se pretende hacer una breve revisión de la física de la interacción fluido-estructura que se ha venido estudiando a partir de la observación de la natación de animales que se desenvuelven en medio acuático, y de estudios de sistemas bioinspirados diseñados con el fin de reproducir aspectos concretos de la locomoción acuática. Otras revisiones más extensas son por ejemplo las de Sfakiotakis et al. (1999); Triantafyllou et al. (2004); Triantafyllou et al. (2005) y Wu (2010). No se pretende realizar una revisión a nivel de la fisiología u otros aspectos biológicos de especies concretas, ni tampoco de la gran variedad de robots biomiméticos que han ido apareciendo imitando la naturaleza.

# 2. DINÁMICA DEL ALETEO

En la naturaleza existen multitud de morfologías resultado de la adaptación al medio y de la especialización. El nado en medio acuático puede analizarse de forma genérica simplificada, pensando en un cuerpo alargado de longitud L, que se mueve a velocidad U por un medio fluido de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$ . Esta simplificación implica tratar el nado de un pez por ejemplo, simplemente estudiando la cinemática de una sección longitudinal del mismo, una especie de línea media del pez (figura 1). Como característica común, en todas las cinemáticas generadas, en la cola se tiene una amplitud A que varía con frecuencia f. Esta amplitud puede resultar de movimientos de sólido rígido o de cinemáticas muy diversas de la línea media. En los anguiliformes está basada en un movimiento ondulatorio que implica gran parte de la longitud del cuerpo, mientras que en los carangiformes solo es en la parte final del cuerpo, en la cola, donde se produce el movimiento (Lindsey, 1978). Entre estos modos de locomoción, existen muchos otros en función de la cinemática, de la forma y morfología, etc. Algunos autores han destacado el hecho de que en realidad existe la incertidumbre en relación a los modos de natación ya que que se sabe por ejemplo que los anguiliformes usan cinemáticas muy parecidas a las de los carangiformes dependiendo de en qué condiciones nadan o de si están acelerando o no, etc. (Donley & Dickson, 2000).

Por otro lado, está claro que el problema es de naturaleza claramente tri-dimensional, por la forma, la relación de aspecto de los peces, las tipologías de aleta, etc. y por tanto los modelos dos dimensionales que se basan en el análisis de la línea media, introducen gran incertidumbre en este aspecto. En cualquier caso, si se asume el modelo bidimensional, es el movimiento de la cola y/o parte del cuerpo, lo que desplaza el fluido a su alrededor, generando una variación de cantidad de movimiento que resulta en una reacción que genera el empuje. Parece pues evidente que tanto la cinemática, como la forma como las características mecánicas de la cola así como las características del medio en el que se produce el aleteo, serán cruciales para entender el mecanismo físico por el que se genera la propulsión. La huella que el animal deja en el fluido al desplazarse, la estela, es también determinante para entender la mecánica del sistema. Si se mira el problema en términos de potencias, la energía generada por el nadador, se utiliza en su desplazamiento o empuje y en modificar el fluido a su alrededor, es decir en producir su estela. De hecho es el estudio de la estela, lo que ha permitido en las dos décadas pasadas, explicar muchas de las diferencias en el nado de diferentes especies, atribuibles a aspectos tri-dimensionales que en el pasado eran desconocidos al no estar implícitamente incluidas en los modelos bi-dimensionales.

Una de las teorías bi-dimensionales que más impacto ha tenido en el pasado, fue propuesta por Lighthill (1971). Se trata de la teoría para cuerpos alargados, en la que el autor desarrolla un modelo bidimensional basado en el cómputo de las reacciones que originan la propulsión en forma de empuje producidas por las variaciones de masa añadida (debidas a la aceleración impuesta por el nadador en el fluido que le rodea), en el que se desprecian las fuerzas viscosas. El modelo tiene especial relevancia por tanto cuando las fuerzas inerciales dominan frente a las viscosas, aspecto descrito por el *número de Reynolds* (Re= $\rho$ UL/ $\mu$ ), donde L es la longitud del nadador y  $\mu$  es la viscosidad del fluido. En términos promediados, Lighthill concluye que el empuje se puede relacionar únicamente con el mo-



Fig. 1: Simplificación del análisis del nado mediante la línea media del pez

vimiento del canto de salida de la aleta, que es donde se inyecta la variación de cantidad de movimiento al fluido.

Tal y como se ha descrito en el párrafo anterior, el número de Reynolds describe la relación entre fuerzas inerciales y viscosas en un fluido, pero en el caso de la locomoción, no informa acerca de lo relativo a la cinemática de la aleta o del perfil analizado en el nado. En el pasado se ha utilizado el número de Strouhal (St=fA/U) ampliamente para describir estelas de cuerpos romos, en particular las generadas por cilindros en flujo cruzado. Por extensión, también aquellas asociadas a la cinemática del aleteo (Triantafyllou et al., 1993). El St para el caso del aleteo, puede entenderse como la relación existente entre la velocidad del extremo del apéndice que está aleteando y la del flujo libre, o lo que es lo mismo la velocidad del pez que se auto-propulsa. Es una manera de describir la cinemática impuesta al sistema en relación al campo fluido y a la vez de describir la periodicidad de la estela al aletear. Se ha comprobado además que tiene una relación directa con el empuje y con la eficiencia y que en general a más St más empuje se produce. Examinando curvas de eficiencia frente a St, aparecen máximos claramente definidos y por eso ha recibido especial atención en las últimas décadas (Triantafyllou et al., 1993). Aunque muchos de los peces aletean con St alrededor de 0.3-0.4 cuando se dan los óptimos de eficiencia, parece estar claro que el St no tiene un carácter universal, y por tanto no todos los animales o los sistemas que aletean tienen que hacerlo con un St determinado para ser más eficientes, de hecho hay casos muy claros en la naturaleza que aletean con St muy alejado de ese rango (Rohr & Fish, 2004).

Recientemente se han venido pensando en otros conceptos como el número de formación (Gharib et al. 1998) que indica de forma adimensional hasta cuando la vorticidad puede crecer en un remolino antes de aparezcan inestabilidades y nuevas estructuras que se separan del vortex o remolino en cuestión. Si observamos la formación de un anillo vortical (Gharib et al. 1998) puede verse como cuando el número de formación llega a un valor concreto, el vortex no puede seguir aumentando su circulación y parecen nuevas estructuras a su alrededor. En Dabiri (2009) el autor comenta como en varios flujos biológicos estudiados (propulsión a chorro en calamares y medusas, flujos cardíacos, etc.) el número de formación que aparece asociado a la formación de vórtices en la estela es 4, sugiriendo que podría indicar un óptimo y que por extensión podría aparecer de forma generalizada en la naturaleza. Preguntas como si ese óptimo es extensible a cualquier geometría o si la mayoría de seres que se propulsan en medio acuático lo hacen generando vórtices que acaban teniendo ese número de formación, están todavía en el aire y se continúan investigando.

En un reciente trabajo publicado por Gazzola et al. (2014), los autores proponen un nuevo número adimensional alternativo al St, destacando el hecho de que el St solo tiene en cuenta una de las escalas geométricas asociadas al nado de organismos alargados y que además mezcla los parámetros de entrada derivados de la cinemática con el resultado que es la velocidad del animal. En su nuevo parámetro, el número de nado o Swimming number, Sw (ρfAL/μ), aparecen las escalas de longitud y amplitud del aleteo con la frecuencia, además de la viscosidad del fluido, teniéndose en cuenta de esta forma el medio en el que se realiza la locomoción. Los autores compilan gran cantidad de datos experimentales y numéricos de forma que al graficar el Sw frente al Re, organismos aparecen claramente ordenados pudiéndose apreciar dos zonas muy claras, una en la que se mantiene la relación Re Sw es lineal para régimen laminar y otra para el turbulento en el que debido al tamaño de los animales considerados frente a la capa límite, dominan las fuerzas de presión claramente frente a la fricción.

La teoría bidimensional de Lighthill, ha hecho que en las últimas dos décadas se haya utilizado como modelo canónico del nado por aleteo, el de un perfil alar o una placa moviéndose con una determinada cinemática impuesta en el seno de un fluido (al igual que la linea media mostrada en la figura 1), para poder estudiar el fenómeno de la propulsión por aleteo, ya sea a nivel experimental o numérico. Numerosos trabajos han aparecido en los que la cinemática impuesta consiste en una placa (flexible o rígida) girando alrededor de un eje (Alben, 2008; Godoy-Diana et al. 2008; Marais et al. 2012; Fernandez-Prats et al. 2015; Raspa et al. 2014; Green and Smits 2008; Bucholz and Smits, 2008); oscilando en su eje sin girar (Heathcote & Gursul, 2007; Cleaver et al. 2014; Quinn et al. 2014) o modelos que combinan placas o perfiles rígidos que además de girar cabeceando oscilan linealmente en su canto de ataque (Muijres & Lentink, 2007; Schouveiler et al. 2005). La mayoría de estos autores se han centrado en intentar describir aspectos concretos de la propulsión y la eficiencia de sus sistemas en relación a algunos de los números adimensionales descritos.

Las aletas de los peces morfológicamente son muy complejas al estar hechas de tejido biológico y cartílago, y por tanto son flexibles de forma pasiva, pero también pueden ser actuadas localmente mediante musculatura, que se usa para modificar localmente la rigidez y/o la forma. En la actualidad, gracias a todos los trabajos realizados en los últimos años, está claro que los modelos que no incluyen de alguna forma la flexibilidad, están lejos de poder representar los fenómenos de interacción fluido-estructura que se dan en la naturaleza (Lauder et al., 2012). Está también claro que la eficiencia aumenta con la flexibilidad y se ha demostrado que es debido a que los cambios en la flexibilidad producen cambios en la manera en la que se mueve el canto de salida de la aleta y por tanto para una misma cinemática impuesta, la deformación pasiva de aletas con diferentes rigideces resulta en diferentes prestaciones (Ramananarivo et al. 2013).

# 3. HIDRODINÁMICA Y ESTRUCTURAS EN LA ESTELA

Las topologías de las estelas que aparecen aquas abajo de sistemas que aletean, son muy similares a aquellas que se dan en cuerpos romos, con la principal diferencia que en las primeras se genera empuje y en las últimas por el contrario fuerzas de arrastre. Hasta los años 80 no se tienen formas de cuantificar en detalle los campos de velocidad aguas abajo de sistemas que aletean. Previamente se habían realizado visualizaciones de flujo a nivel cualitativo (Rosen, 1959), pero no aportaban la posibilidad de obtener parámetros que son de especial interés para analizar la propulsión, como son la vorticidad (velocidad angular local del flujo) a partir de la que se pueden estimar por ejemplo las fuerzas de empuje. Las estructuras en estela se han indagado en las décadas pasadas, gracias al uso de técnicas de medida óptica del campo de velocidad en fluidos, en particular la velocimetría por imagen de partículas o DPIV siglas en inglés de Digital Particle Image Velocimetry (Willert and Gharib, 1991). Gracias a esta técnica se puede obtener el campo de velocidades en un fluido y por tanto derivar luego otras magnitudes como la vorticidad, la circulación y determinar las estructuras coherentes en las estelas. Sus extensiones en versión volumétrica basada en desenfoque o Defocusing DPIV (Willert and Gharib, 1992), han permitido también en la última década detallar más todavía esas estructuras que aparecen en la estela. Por otro lado la dinámica de fluidos computacional o CFD en sus siglas inglesas, ha permitido también con la rápida evolución del hardware en las últimas décadas, realizar simulaciones más y más precisas y por tanto obtener descripciones completas del flujo en sistemas

basados en aleteo, como por ejemplo en Dong et al. (2006). Gazzola et al. (2011) o Huhn et al. (2015). La simulación completa de este tipo de sistemas es tremendamente compleja debido a que no solo consiste en el estudio numérico del fluido sino que también es necesario acoplar a través de las fuerzas hidrodinámicas, sus efectos sobre la parte estructural del sistema. Las deformaciones que experimenta la parte estructural cambian la dinámica del fluido a su alrededor y viceversa, por lo que los problemas se hacen realmente complicados y caros computacionalmente. Existe una gran cantidad de literatura disponible producida mediante el uso de las diferentes vertientes del DPIV o de CFD, con el objetivo de entender mejor la propulsión por aleteo, ya sea directamente usando seres vivos en el laboratorio o estudiando aspectos fundamentales de la propulsión mediante modelos simplificados. En general el estudio de peces en el laboratorio implica túneles hidrodinámicos en los que se coloca el pez y se le somete a diferentes tipos de flujo, por lo que responde aleteando para equilibrar el arrastre hidrodinámico. En esas condiciones se utilizan las técnicas de DPIV y sus variantes para estudiar la estela, así como vídeos de alta velocidad para medir la cinemática. El grupo del Profesor G. Lauder en Harvard, ha producido gran número de contribuciones en este sentido. A modo de ejemplo, en la figura 2, aparece una representación esquemática de la estela producida por un carangiforme en la que pueden apreciarse una serie de anillos vorticales unidos entre sí y caracterizados por chorros centrales con alta velocidad (indicados cualitativamente mediante una flecha), que implican variación de momento lineal y que por tanto producen empuje en la dirección del movimiento.

Si por el contrario se estudia el nado por aleteo mediante sistemas canónicos y no mediante especies concretas, existen multitud de trabajos de diferentes autores. A modo de ejemplo también, en la figuras 3 y 4 se muestran medidas obtenidas por Huera-Huarte et al. (2015), mediante el uso de velocimetría volumétrica (DDPIV). El experimento en concreto se realizó actuando en su canto de ataque una lámina de Mylar de 170 um de espesor y dimensiones 100x33 mm (relación de aspecto 0.33). La cinemática que aparece en la figura 4, se impuso controlando el eje al que estaba unida la lámina, haciéndolo oscilar sinusoidalmente con una frecuencia de aproximadamente 1 Hz y una amplitud de 50 grados, mediante un motor paso a paso. En la imagen de la figura 3 pueden verse isosuperficies de vorticidad (critero Q) que muestran los anillos comentados previamente y observados en el nado de animales que aletean en medio fluido. Este tipo de estudios pretenden simular mediante sistemas robóticos sencillos, aspectos concretos del nado de peces, y permiten aislar las variables a estudiar cosa que con animales vivos es normalmente imposible.

### 4. CONCLUSIONES Y TENDENCIAS FUTURAS

En los años venideros se espera que el número de estudios numéricos crezca a medida que la computación se abarate y a medida que los resultados vayan validándose con mediciones de calidad tri-dimensionales ya existentes. Las simulaciones proporcionaran una visión mucho más detallada del problema ya que



Fig. 2: Esquema de la estela producida por una caballa nadando, adaptado de Lauder, Nauder & Drucker (2002)

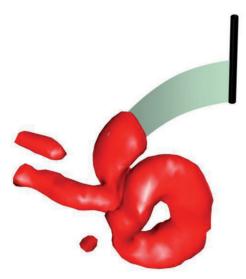


Fig. 3: Estela aguas abajo de una lámina flexible utilizada para simular el nado ondulatorio. La lámina es actuada por un motor que impone una señal senoidal de posición angular en su canto de ataque. Las estructuras que aparecen son isosuperficies de vorticidad (criterio Q) derivadas de medidas realizadas mediante el uso de velocimetría volumétrica o DDPIV (Huera-Huarte et al., 2015)

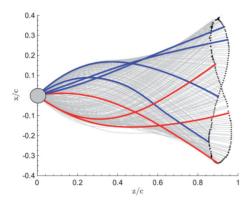


Fig. 4: Ejemplo de cinemática impuesta en los experimentos de Huera-Huarte et al. (2015) que aparecen en la figura 2. Cada línea muestra la deformación de la lámina en un instante de tiempo de un ciclo completo de aleteo

permitirán analizar en detalle todas las variables del problema, cosa que experimentalmente a día de hoy es imposible. La experimentación con seres vivos tiene el principal problema de no permitir aislar de forma exacta todos los parámetros deseados y es por eso que los experimentos y las simulaciones con sistemas simplificados o canónicos seguirán siendo necesarias en el futuro.

Desde el punto de vista de la ingeniería, y en ámbito naval en especial, queda claro que la observación de la naturaleza es importantísima si se pretenden diseñar sistemas más eficientes o sistemas tremendamente especializados, la clave está en lograr aquellos diseños que basándose en los conocimientos adquiridos por medio de la bio-inspiración, resulten en mecanismos sencillos para aletear con el menor número de grados de libertad posibles, la mayor sencillez constructiva y alta fiabilidad y que permitan niveles de eficiencia alta en los regímenes de trabajo deseados.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- M Sfakiotakis, D M Lane and J B C Davies. Review of Fish Swimming Modes for Aquatic Locomotion. IEEE Journal Of Oceanic Engineering, 24, 2, 1999. http://dx.doi. org/10.1109/48.757275
- M S Triantafyllou, A H Techet and F S Hover. Review of Experimental Work in Biomimetic Foils. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 29, 3, 585-594, 2004. http:// dx.doi.org/10.1109/joe.2004.833216
- M. S. Triantafyllou, F. S. Hover, A. H. Techet D. K. P. Yue. Review of Hydrodynamic Scaling Laws in Aquatic Locomotion and Fishlike Swimming. Applied Mechanics Reviews, 58, 2005. http://dx.doi.org/10.1115/1.1943433

- T Y Wu. Fish Swimming and Bird/Insect Flight. Annu. Rev. Fluid Mech., 43, 25-58, 2011. http://dx.doi.org/10.1146/annurev-fluid-122109-160648
- C.C. Lindsey. Form, Function, and Locomotory Habits in Fish. Fish Physiology, Academic Press, 7, 1–100, 1979. http://dx.doi.org/10.1016/s1546-5098(08)60163-6 J M Donley and K A Dickson. Swimming kinematics of juvenile kawakawa tuna
- (euthynnus affinis) and chub mackerel (scomber japonicus). Journal of Experimental Biology, 203, 3103-3116, 2000
- M J Lighhill. Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion. Proc. R. [7] Society London B. 179, 125-138, 1971. http://dx.doi.org/10.1137/1.9781611970517.
- G S Triantafyllou, M Triantafyllou and MA Grosenbaugh, M.A. Optimal Thrust Development in Oscillating Foils with Application to Fish Propulsion. Journal Fluids
- and Structures, 7,2, 205–224, 1993. http://dx.doi.org/10.1006/jfls.1993.1012
  J Rohr and F Fish. Strouhal numbers and optimization of swimming by odontocete cetaceans. The Journal of experimental biology, 207, 10, 1633-1642, 2004. http:// dx.doi.org/10.1242/jeb.00948
- [10] M Gharib, E Rambod, K Shariff. A universal time scale for vortex ring formation. Journal of Fluid Mechanics, 360, 121-140, 1998. http://dx.doi.org/10.1017/ s0022112097008410
- J O Dabiri. Optimal Vortex Formation as a Unifying Principle in Biological Propulsion. Annu. Rev. Fluid Mech. 41:17–33, 2009. http://dx.doi.org/10.1146/annurev. fluid 010908 165232
- M Gazzola, M Argentina and L Mahadevan. Scaling macroscopic aquatic locomotion. Nature Physics, 10, 758-761, 2014. http://dx.doi.org/10.1038/nphys3078
- S. Alben. Optimal flexibility of a flapping appendage in an inviscid fluid. J. Fluid Mech., 614, 355–380, 2008. http://dx.doi.org/10.1017/s0022112008003297
- R Godoy-Diana, J L Aider and J E Wesfreid. Transitions in the wake of a flapping foil. Physical Review E, 77, 016308, 2008. http://dx.doi.org/10.1103/physreve.77.016308
- C. Marais, B. Thiria, J. E. Wesfreid and R. Godoy-Diana. Stabilizing effect of flexibility in the wake of a flapping foil. J. Fluid Mech., 710, 659–669, 2012. http://dx.doi. org/10.1017/jfm.2012.390
- [16] R Fernández-Prats, V Raspa, B Thiria , F Huera-Huarte and R Godoy-Diana. Largeamplitude undulatory swimming near a wall. Bioinspir. Biomim., 10, 016003, 2015. http://dx.doi.org/10.1088/1748-3190/10/1/016003
- V. Raspa, S. Ramananarivo, B. Thiria, and R. Godoy-Diana. Vortex-induced drag and the role of aspect ratio in undulatory swimmers. Physics of Fluids, 26, 041701, 2014. http://dx.doi.org/10.1063/1.4870254
- M. Green and A. Smits. Effects of three-dimensionality on thrust production by a pitching panel. Journal of Fluid Mechanics, 615, 208, 2008. http://dx.doi. org/10.1017/s0022112008003583
- [19] J.H.J Buchholz and A. J. Smits. The wake structure and thrust performance of a rigid, low-aspect-ratio pitching panel. J. Fluid Mech., 603, 331-365, 2008. http://dx.doi. org/10.1017/s0022112008000906
- S Heathcote and I Gursul. Jet switching phenomenon for a periodically plunging
- airfoil. Phys. Fluids 19, 027104, 2007. http://dx.doi.org/10.1063/1.2565347

  [21] D.J. Cleaver, I. Gursul, D.E. Calderon and Z. Wang. Thrust enhancement due to flexible trailing-edge of plunging foils. Journal of Fluids and Structures, 51, 401–412, 2014. http://dx.doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2014.09.006

  [22] D. B. Quinn, K. W. Moored, P. A. Dewey and A. J. Smits. Unsteady propulsion near
- a solid boundary. Journal of Fluid Mechanics, 742,152-170, 2014. http://dx.doi. org/10.1017/jfm.2013.659
- FT Muijres and D Lentink. Wake visualization of a heaving and pitching foil in a soap
- film. Exp Fluids, 43, 665–673, 2005. http://dx.doi.org/10.1007/500348-007-0379-y L. Schouveiler, F.S. Hover and M.S. Triantafyllou. Performance of flapping foil propulsion. Journal of Fluids and Structures, 20, 949–959, 2005. http://dx.doi. org/10.1016/j.jfluidstructs.2005.05.009
- G. V. Lauder, B. Flammang and S. Alben. Passive Robotic Models of Propulsion by the Bodies and Caudal Fins of Fish. Integrative and Comparative Biology 52, 5,576
- S. Ramananarivo, R. Godoy-Diana and B. Thiria. Passive elastic mechanism to mimic fish-muscle action in anguilliform swimming. Journal of the Royal Society, Interface, 10, 88, 20130667, 2013. http://dx.doi.org/10.1098/rsif.2013.0667
- M. W. Rosen. Water flow about a swimming fish. Naval Ordnance Test Station, Technical Paper. 2298, 1-96, 1959.
- C.E. Willert and M. Gharib. Digital particle image velocimetry. Experiments in Fluids,
- C.E. Willert and M. Gharib. Digital particle image velocimetry. Experiments in Fluids, 10, 4, 181–193, 1991. http://dx.doi.org/10.1007/bf00190388 C.E. Willert and M. Gharib. Three-dimensional particle imaging with a single camera. Experiments in Fluids, 12 (6), 353–358, 1992. http://dx.doi.org/10.1007/bf00193880 H. Dong, R. Mittal and F. M. Najjar. Wake topology and hydrodynamic performance of low-aspect-ratio flapping foils. Journal of Fluid Mechanics, 566, 309–343, 2006. http://dx.doi.org/10.1017/s002211200600190x
- M Gazzola, P Chatelain, W M. van Rees, P Koumoutsakos. Simulations of single and multiple swimmers with non-divergence free deforming geometries. Journal of Computational Physics, 230, (19), 7093-7114. http://dx.doi.org/10.1016/j.
- jcp.2011.04.025 F. Huhn, W. M. van Rees, M. Gazzola, D. Rossinelli, G. Haller and P. Koumoutsakos.
- Ouantitative flow analysis of swimming dynamics with coherent lagrangian vortices. Chaos, 25, (8), 087405, 2015. http://dx.doi.org/10.1063/1.4919784
  G. V. Lauder, J. C. Nauen and E. G. Drucker. Experimental Hydrodynamics and Evolution: Function of Median Fins in Ray-finned Fishes. INTEGR. COMP. BIOL., 42:1009-1017, 2002. http://dx.doi.org/10.1093/icb/42.5.1009
- F.J. Huera-Huarte, V. Raspa, B. Thiria, R. Godoy-Diana. Three-dimensional volumetric velocimetry in the wake of an undulatory swimmer. 68th American Physical Society Division of Fluid Dynamics, APS DFD, 2015, Boston, MA, USA.

# **AGRADECIMIENTOS**

El autor agradece el soporte económico recibido a través de los proyectos DPI2012-37904 DPI2015-71645-P del Ministerio de Economía У Competitividad.