

Adaptación del método de Janssen para la determinación de presiones bajo stockpile de mineral

Adaptation of Janssen's method to determine pressures under mineral stockpiles

Ignacio de Arteaga-Jordá, Camilo-Ignacio Nieto-Quintanilla, Rodrigo-Fernando Lagos-Cereceda y Yunesky Masip-Macia
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/8064>

1. INTRODUCCIÓN

Los materiales granulares se presentan de manera abundante en la naturaleza, y en la industria poseen una gran relevancia como materia prima.

Dentro de la minería, una parte importante del proceso productivo es el almacenamiento del mineral chancado en forma de acopio, esto es, en Pilas de Almacenamiento o *Stockpiles*. La función de los Stockpiles es proveer una reserva entre los distintos procesos, asegurando flujos de alimentación continua, uniforme y controlada a los equipos "aguas abajo".

Un aspecto clave en el diseño de las losas que sustentan dichos acopios es la determinación del patrón de presiones en la base. En este sentido, se ha observado a nivel experimental [1, 2], que existe un descenso de la presión justo bajo la cúspide del Stockpile que puede tener implicaciones significativas en el diseño de las instalaciones de almacenamiento y estructuras de apoyo relacionadas. Además dichos ensayos experimentales, advierten que la presión máxima bajo Stockpile, no responde en ningún caso a la presión hidrostática.

Al avanzar el crecimiento del acopio el descenso de la presión se acentúa cada vez más, adoptando una diferencia cada vez mayor con respecto a la máxima presión [2].

A su vez, la presión en las zonas más alejadas de la pila también sufren un extraño suceso, donde para compensar el déficit de vertical de presión y mantener un equilibrio, supera a la correspondiente presión hidráulica de referencia [3].

Numerosos investigadores han propuesto distintos factores que permitan explicar el descenso de la presión observada. Muestra de ello son: el método de alimentación del acopio [4, 5], una deflexión de la base de apoyo [6,3], la formación de un esqueleto granular [3,7], la forma de las partículas [7], la segregación del tamaño de partícula [3].

No obstante, a pesar de los numerosos esfuerzos por la determinación de los factores que influyen en la variación de presión y de los esfuerzos de los distintos investigadores por determinar la presión máxima bajo Stockpile, no existe un consenso ni en los factores, ni en el método de cálculo. Por este motivo, el presente artículo presenta un método predictivo para la determinación de la presión máxima bajo Stockpile, adaptando el *método de Janssen* en silos para el Stockpiles.

2. MARCO TEÓRICO

Actualmente, existen distintos modelos y métodos de cálculos que buscan describir el patrón de presión bajo un stockpile, basados en enfoques analíticos, numéricos y/o experimentales, algunos con mayor complejidad que otros, sin embargo ninguno ha llegado a determinar el patrón de presiones con la suficiente precisión.

El principal problema radica en cómo describir la compleja aleatoriedad de la distribución de fuerzas en un medio granular. Uno de los aspectos que complica al momento de conformar los modelos es cómo cerrar las ecuaciones que describen el comportamiento de las fuerzas en los medios granulares. Esto se logra en algunos casos realizando suposiciones respecto al comportamiento del material.

En el presente artículo se plantea el stockpile como un conjunto de silos, encerrado uno dentro de otro. Esta hipótesis hace que el comportamiento del material se pueda estudiar a través del método de Janssen [8], el cual predice la presión en la base de un silo que almacena material granular, usando la teoría de medio continuo.

Método de Janssen

El método de Janssen es un enfoque clásico para describir la proyección de las tensiones en los silos. El documento original data de 1895, y es un modelo bastante aceptado debido a que puede reproducir el fenómeno de la distribución de fuerzas en los medios granulares sin un marco matemático complejo. Este método de cálculo se utiliza para el diseño de silos y está presente en normas como la *DIN 1055 parte 6* y la norma europea. (*Eurocode 1: Actions on structures - Part 4: Silos and tanks*).

Janssen estructuró su método de cálculo subdividiendo un silo de altura H y radio r en rebanadas de espesor infinitesimal dz (dx en el documento original), y consideró el equilibrio de fuerzas sobre este elemento. Donde la presión vertical es definida como:

$$\sigma_v = \frac{\gamma}{K \cdot \mu} \cdot \frac{A}{U} \cdot \left[1 - e^{-\frac{K \cdot \mu \cdot U \cdot z}{A}} \right] + \sigma_{v0} \cdot e^{-\frac{K \cdot \mu \cdot U \cdot z}{A}} \quad (1)$$

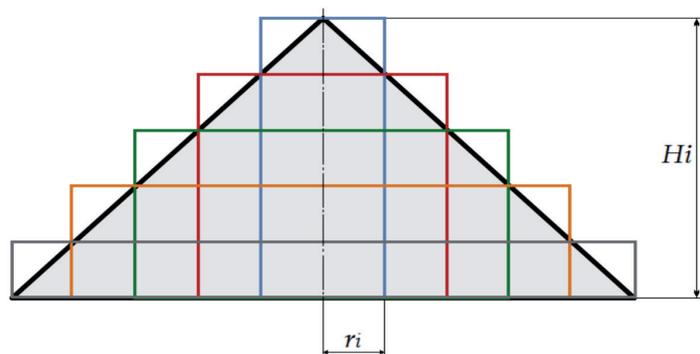


Fig. 1: Representación de los parámetros de la geometría de cada silo

Donde los factores están en Sistema Internacional:

- K: relationship for bulk solid material.
- A: Área transversal del silo, $\pi \cdot r^2$.
- U: Perímetro sección transversal del silo, $2 \cdot \pi \cdot r$.
- γ : Densidad del material.
- μ : Coeficiente de roce.

Esta ecuación (1) representa la presión que ejerce el material en la base de un silo cilíndrico asumiendo una sobrecarga inicial σ_{v0} , donde z representa la altura a la que se eleva el material.

3. ADAPTACIÓN DEL MÉTODO DE JANSSEN A STOCKPILES

Para la adaptación del método de Janssen, es preciso dividir el Stockpile en un número finito de silos, tal y como muestra la Fig. 1.

Si bien para la discretización del Stockpile se puede adoptar cualquier división, la formulación desarrollada hace uso de una variación homogénea de radio y de altura desde el segundo silo hasta terminar la discretización, para este tipo de discretización el radio del silo " r_i " se puede expresar como:

$$r_i = \left(\frac{R-r}{n-1} \cdot (i-1) + r \right) \quad (2)$$

donde R es el radio del Stockpile, y r es el radio del primer silo considerado, n es

la cantidad de discretizaciones, e i corresponde al silo que se está calculando.

En este caso, la altura del silo " l " vendrá dada por:

$$H_i = \left(H - \frac{H}{n} \cdot (i-1) \right) \quad (3)$$

donde H es la altura del Stockpile (Su cota máxima), n es la cantidad de discretizaciones, e i es el volumen que se está calculando.

Por lo tanto, el número de discretizaciones, determinará la variación de radio y altura.

3.1. CÁLCULO DE LA PRESIÓN EN LA BASE

Para el cálculo de la presión bajo cada silo se toma el radio considerado, la altura correspondiente al silo, y se aplica el método de Janssen modificado empíricamente tal y como se muestra a continuación.

Se analiza una sección infinitesimal del silo, que está sometida a los esfuerzos indicados en la Fig. 2, y se procede a resolver las ecuaciones de equilibrio de la misma manera como se resuelve las ecuaciones en el método de Janssen, tomando en consideración suposiciones como que el coeficiente de fricción es entre material-material, que la densidad aparente es constante, que el coeficiente de Janssen (K) también es constante, y que la sobrecarga inicial es nula.

Y se obtiene una expresión para la

presión vertical en función de la altura H y el radio de la sección considerada:

$$\sigma_{vi} = \frac{C \cdot \gamma \cdot r_i}{2 \cdot \mu \cdot K} \cdot \left[1 - e^{-\frac{2 \cdot \mu \cdot K \cdot H_i}{r_i}} \right] \quad (4)$$

donde r_i y H_i son el radio y la altura del volumen i , C es un factor de corrección. Para el caso de los materiales, a través de ensayo experimental con arena, el valor recomendado para C es $C=1,2$.

Desde el segundo silo, la presión vertical sólo se aplica en la nueva zona proyectada como se puede ver en la Fig. 3.

Para evitar que el valor de la presión calculada tienda a cero debido al supuesto físico que implica un "silo" con un radio muy pequeño y paredes muy grandes, donde la mayor parte de la tensión vertical es absorbida por las paredes, se recomienda adoptar un radio mínimo en el primer volumen de al menos el 8% del radio total del Stockpile, y altura H igual a la altura máxima.

Teniendo ya definido la cantidad de divisiones, la altura y el radio de cada silo, se estima la presión en la base de cada silo.

3.2. RESULTADO DE LA REPRESENTACIÓN

Los resultados se grafican en un gráfico presión vs radio para visualizar el comportamiento de la presión bajo el Stockpile. Como se mencionó anteriormente, la pre-

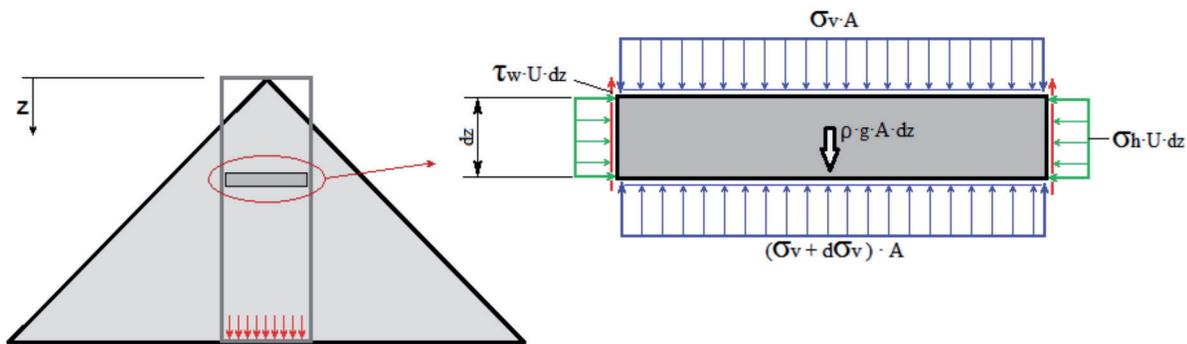


Fig. 2: Elemento infinitesimal de material sometido a esfuerzos

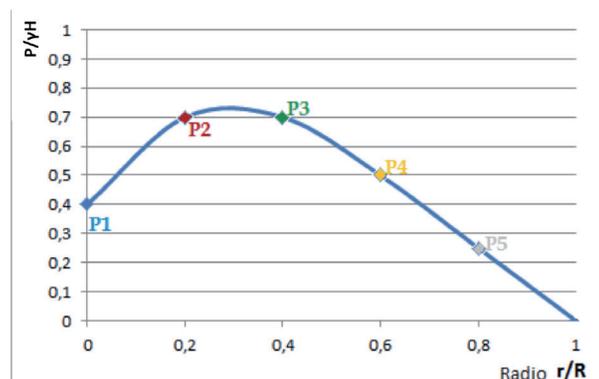
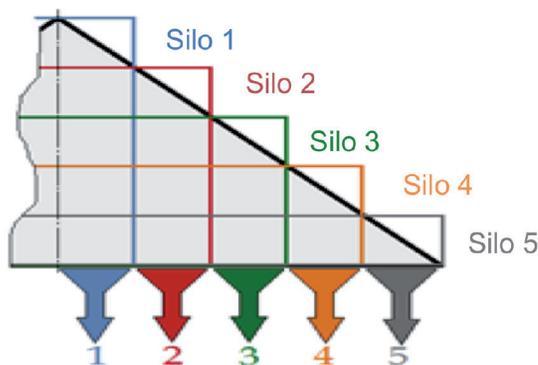


Fig. 3: Gráfico Presión vs Radio

| | | | Polenta | Azúcar | Arena fina |
|----------------------------|-----------|----------------------|---------|--------|------------|
| Altura | H | [cm] | 33,1 | 34,4 | 31,2 |
| Radio | r | [cm] | 55 | 55 | 50 |
| Ángulo de reposo | α | [°] | 31 | 32 | 32 |
| Densidad Aparente | ρ | [kg/m ³] | 715 | 918 | 1408 |
| Ángulo de fricción interna | φ | [°] | 27 | 33 | 32 |

Tabla 1: Datos de materiales

lo que las presiones calculadas se registran para un punto en esta nueva sección.

El gráfico se realiza ubicando la presión calculada con la Ec. 4, y con el radio considerado, dentro de la sección de interés de cada silo, tal como muestra la Fig.3. Los puntos se unen para dar forma a la curva que describe la presión que ejerce el Stockpile sobre su apoyo.

Una condición de contorno es que se considera un valor cero para la presión en el extremo del Stockpile.

Como se puede observar, el modelo presenta una caída de presión justo debajo de la parte superior del Stockpile. Esta se produce por la relación entre el radio y la altura de las paredes de cada silo. Esta relación controla la tensión vertical que es absorbida por las paredes.

Model - Polenta Test

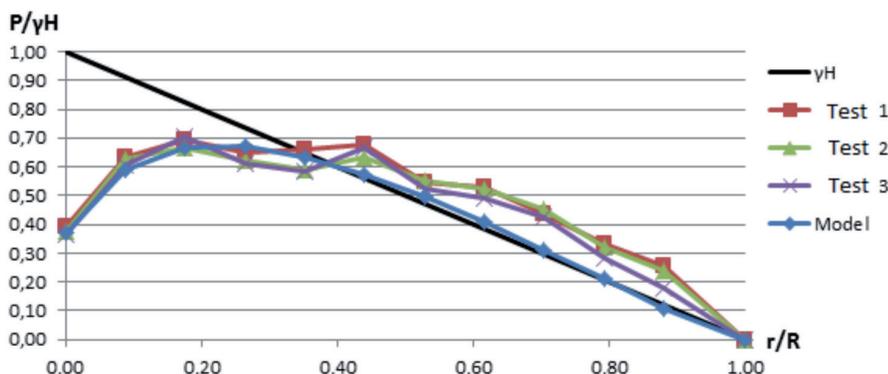


Fig. 4: Gráfico comparativo normalizando presiones respecto a presión hidráulica (γH)

4. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Para la validación del modelo se usa como referencia los experimentos mostrados en "Presiones en la base de un Stockpile"[9] donde se presentan las mediciones experimentales para un acopio de polenta, azúcar y arena fina.

La tabla 1 recoge los datos de cada experimento.

Model - Sugar Test

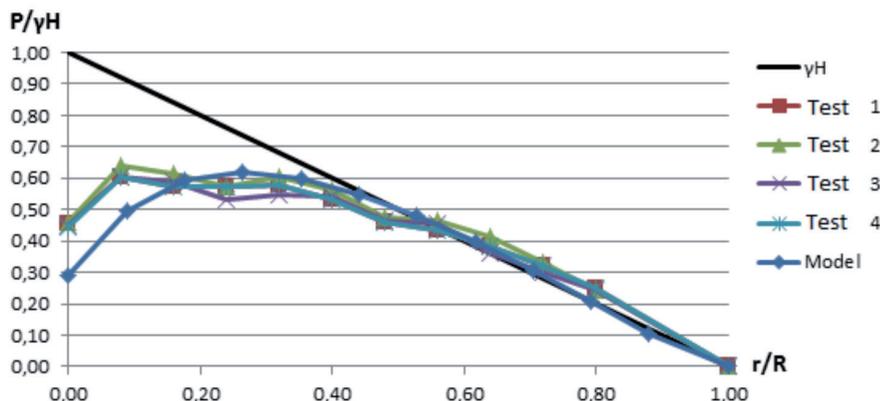


Fig. 5: Gráfico comparativo normalizando presiones respecto a presión hidráulica (γH)

4.1. RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE LA ADAPTACIÓN DEL MÉTODO JANSSEN A STOCKPILES

Para el cálculo de la presión mediante el método predictivo se toman los mismos puntos de medición que se usaron en los experimentos de referencia. De esta forma, se compara la presión proporcionada por el método con la experimental en el mismo punto basal del Stockpile. El valor de la constante K utilizado, fue el recomendado por Janssen para material granular en silos, 0,4.

En las Figuras 4, 5 y 6 se muestran las gráficas comparativas entre los ensayos experimentales, y los datos obtenidos a través del modelo desarrollado.

Model - Sand Test

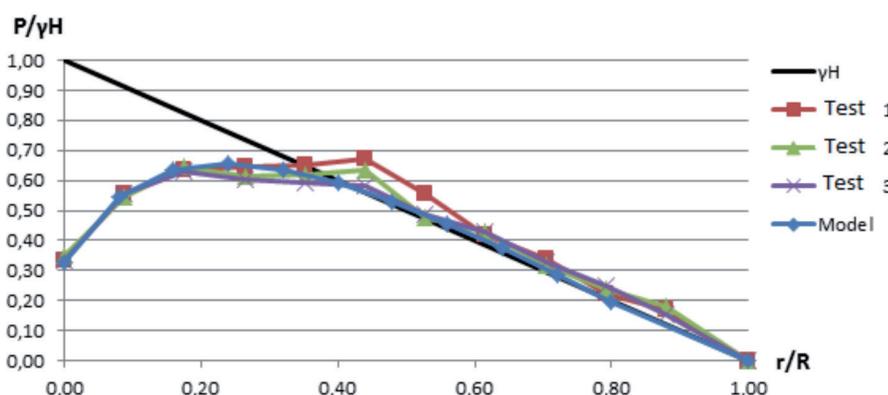


Fig. 6: Gráfico comparativo normalizando presiones respecto a presión hidráulica (γH)

4.2. ERRORES OBTENIDOS EN LA COMPARACIÓN

Los errores en la presión máxima para la polenta, azúcar y arena fina, fueron menores que el 3%, el 1% y el 1% respectivamente. No obstante, el error global obtenido entre el modelo y las mediciones experimentales para la polenta, azúcar y arena fina, fueron menor que 15%, 16% y 17% respectivamente.

El error en la presión máxima se calculó con la mayor diferencia entre el máximo obtenido en cada ensayo y la presión máxima obtenida en el modelo. En cuanto al error global se consideró el mayor error

sión obtenida mediante la ecuación 4 corresponde únicamente a la presión ejercida por el Stockpile en la variación radial en-

tre silos sucesivos. Cada presión calculada corresponde a la sección de material que "crece" junto con el radio del acopio, por