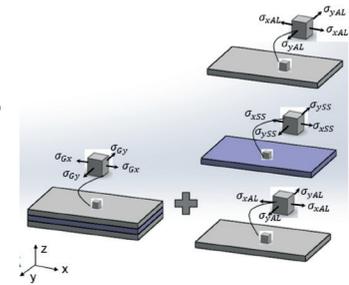


Modelo para el análisis de esfuerzos térmicos intralaminares en materiales compuestos laminados



Model for the analysis of intralaminar thermal stresses in laminated composite materials



Juan José Delfín-Vázquez¹, Mario Acosta-Flores^{2,*}, Eusebio Jiménez-López³, Baldomero Lucero-Velázquez¹ y Moisés Montiel-González²

¹ Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Centro de Tecnología Aplicada, Carretera Internacional a Nogales Km 2, s/n - 85024 Obregón, Sonora, México.

² Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería, Avenida Universidad 1001, Col. Chamilpa - 62209 Cuernavaca, Morelos, México.

³ CIAAM de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora-ULSA NOROESTE-IIMM, Departamento de Investigación y Desarrollo, Dr. Norman Borlaug Km 14 - 85095 Cd. Obregón, Sonora, México.

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/8918> | Recibido: 17/07/2018 • Inicio Evaluación: 01/10/2018 • Aceptado: 24/01/2019

ABSTRACT

• When a structural element is manufactured with a laminated composite material (MCL) and this is subjected to temperature changes, intralaminar thermal stresses are generated. These stresses occur due to the differences among the coefficients of thermal expansion and the elastic properties of the layers that make up the MCL. It is possible that a combination of intralaminar stresses and mechanical stresses will produce faults by separation in the MCL layers (delamination).

In this paper we presents an analytical model with which global and intralaminar thermal stresses produced by temperature changes induced in symmetric metallic MLCs are calculated, without restrictions at the borders. The model is fed by deformation data obtained by strain gages placed at the border of the MLC. The model can be used in the determination of intralaminar and global stresses considering restrictions or loads at the border, only if the problem is of flat stresses.

The model was developed by making an analogy to the analytical model developed in [1], which consists of calculating intralaminar and global stresses that are generated by the difference between the elastic constants of the materials that make up an MCL subjected to simple tension. The proposed model is based on the theory of linear elasticity, the classical theory of plates and the principle of superposition.

With the model and through experimental validation tests, the coefficients of thermal expansion (CET) of each of the layers can be calculated. This tests showed that the proposed model is reliable and consistent.

• **Keywords:** Thermal stress, intralaminar stress, Thermal Expansion Coefficient, Composite Materials.

En este artículo se presenta un modelo analítico con el cual se calculan esfuerzos térmicos globales e intralaminares producidos por cambios de temperatura inducidos en MCL metálicos, simétricos y sin restricciones en las fronteras. El modelo es alimentado por datos de deformación obtenidos por extensómetros eléctricos colocados en la frontera del MCL. El modelo puede ser utilizado en la determinación de esfuerzos intralaminares y globales considerando restricciones o cargas en la frontera, sólo si el problema es de esfuerzos planos.

El modelo fue desarrollado haciendo una analogía al modelo analítico desarrollado en [1], el cual consiste en calcular esfuerzos intralaminares y globales que se generan por la diferencia entre las constantes elásticas de los materiales que componen un MCL sometido a tensión simple. El modelo propuesto se fundamenta en la teoría de la elasticidad lineal, en la teoría clásica de láminas y en el principio de superposición.

Con el modelo y mediante pruebas experimentales de validación, se pueden calcular los coeficientes de expansión térmica (CET) de cada una de las capas. Estas pruebas mostraron que el modelo propuesto es confiable y consistente.

Palabras clave: Esfuerzo Térmico, Esfuerzo Intralaminar, Coeficiente de Expansión Térmica, Materiales Compuestos.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de esfuerzos y la determinación de las propiedades mecánicas de materiales compuestos, es un tópico de gran interés para la ingeniería mecánica, debido al uso de estos materiales en diversas aplicaciones, tales como la fabricación de partes automotrices, componentes de aviones y transbordadores espaciales. Por lo anterior, es necesario desarrollar modelos numéricos y/o experimentales que permitan el cálculo y la simulación de esfuerzos térmicos intralaminares en materiales compuestos; estos esfuerzos se originan por: 1) Cambios de temperatura, 2) Por la diferencia en las constantes elásticas y 3) Por las propiedades térmicas de los elementos que integran un material compuesto.

La mayoría de los trabajos publicados resuelven el problema de esfuerzos térmicos intralaminares con métodos numéricos, los cuales no son compatibles con las técnicas experimentales para el análisis de esfuerzos [2, 3, 4, 5]. Existen diversos modelos que se han desarrollado para el análisis de esfuerzos interlami-

RESUMEN

Cuando un elemento estructural es fabricado con un material compuesto laminado (MCL) y se somete a cambios de temperatura, se generan esfuerzos térmicos intralaminares. Estos esfuerzos se presentan debido a las diferencias en los coeficientes de expansión térmica y a las propiedades elásticas de las capas que componen al MCL. Es posible que una combinación de esfuerzos intralaminares y esfuerzos mecánicos puedan producir fallas por separación en las capas de los MCL (delaminación).

nares e intralaminares, tales como: el modelo de desplazamiento y la función Zig-Zag [6, 7], la Teoría Global-Local [8] o el modelo bidimensional basado en el Teorema Variacional Mixto [9], entre otros. También se han desarrollado estudios que analizan los esfuerzos que se generan en los bordes libres [10, 11]. En [12] se desarrolló un modelo para analizar los efectos de borde en un MCL sujeto a flexión, torsión y cambios de temperatura; las soluciones numéricas fueron comparadas con los resultados existentes en la literatura o con modelos utilizando el Método del Elemento Finito (MEF). En [13] se propuso un modelo para analizar esfuerzos térmicos interlaminares y se utilizó la teoría unificada Zig-Zag; la validación del modelo se realizó considerando resultados existentes en la literatura. En [14], se aplica una teoría de mayor orden para determinar esfuerzos térmicos en un MCL sujeto a gradiente térmico. En [15], se presenta un estudio de los esfuerzos interlaminares transitorios en un material multicapa termo-eléctrico, se evaluó el efecto que tiene el espesor y sus propiedades en cada una de las capas. En [16], se realizó un análisis de tensión termo-elástica en un recipiente cilíndrico compuesto utilizando la teoría de la deformación de cizallamiento y en [17], se desarrolló un procedimiento experimental a temperatura uniforme y con carga de tracción para determinar la distribución de esfuerzos y las deformaciones en un material compuesto de fibra de vidrio-poliéster.

En aplicaciones aeroespaciales, los transbordadores que se desplazan a velocidades supersónicas experimentan un excesivo calentamiento provocado por la fricción entre la superficie exterior del transbordador y la atmósfera. Debido al incremento en los niveles de esfuerzos térmicos intralaminares, esto provoca agrietamientos y delaminaciones en la interfaz entre dos capas distintas, estos problemas son analizados por [18-23], donde se puede encontrar un estudio sobre agrietamientos por delaminación en el recubrimiento de material cerámico utilizado para proteger motores de turbinas de gas bajo condiciones de gradientes térmicos cíclicos. Para superar esta deficiencia, se han desarrollado materiales compuestos denominados "Materiales Funcionalmente Graduados" (FGMs, por sus siglas en inglés), en los que las propiedades varían en forma suave y continua en una dirección preferencial, en consecuencia, permiten reducir los esfuerzos térmicos intralaminares debido a una transición suave de las propiedades de los componentes. Para estudiar el comportamiento mecánico de los materiales FGMs, se han desarrollado varias teorías [24], donde se analizan problemas de pandeo térmico de placas sometidas a cambios lineales y no lineales de temperatura, a través del espesor. Las teorías desarrolladas suponen diversas funciones con ciertas variables y parámetros que permiten explicar las variaciones en la distribución de deformaciones y esfuerzos a través del espesor de los materiales [25]. En [26], además de analizar el comportamiento de pandeo térmico, se presentan modelos numéricos para evaluar el efecto del índice de ley de potencias, tipos de cargas y la variación del espesor de FGMs. En [27] se presenta una teoría para la obtención de propiedades elásticas efectivas de materiales compuestos (FGMs) y realizan un análisis comparativo entre los resultados obtenidos con la formulación presentada y diferentes teorías de modelos de homogeneización, los resultados reportados muestran que existen variaciones significativas entre una teoría a otra.

En la actualidad, muchos de los modelos matemáticos que se utilizan para estudiar el comportamiento de materiales compuestos son teóricos y complejos. En este artículo se presenta el desarrollo y la validación de un modelo matemático sencillo, mediante el cual se determinan y evalúan experimentalmente los esfuerzos

térmicos globales y locales intralaminares en materiales compuestos sometidos a cambios de temperatura. El modelo térmico constitutivo, para su solución, requirió de la medición experimental del estado de deformaciones en las fronteras y, de las propiedades elásticas y térmicas de los componentes del material.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

El modelo lineal desarrollado en este estudio es una analogía del modelo propuesto en [1]. El desarrollo teórico se fundamenta en el principio de superposición, en la teoría de la elasticidad lineal [28], la teoría clásica de láminas compuestas y en la teoría de esfuerzos térmicos [29]. El modelo puede ser utilizado para determinar experimentalmente el estado de esfuerzos planos intralaminares termo-mecánicos locales (L) en un punto y su distribución a través del espesor en materiales compuestos laminados simétricos (MCLS). El modelo considera un problema global (G) de esfuerzos y un conjunto de problemas locales (L).

2.1. MODELO CONSTITUTIVO LINEAL DE ESFUERZOS TÉRMICOS EN MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS SIMÉTRICOS

El modelo de esfuerzos térmicos constitutivo permite determinar: 1) La distribución de esfuerzos térmicos promedio globales σ_{Gx} y σ_{Gy} , 2) La distribución de esfuerzos térmicos locales a lo largo de todo el espesor, esto es, esfuerzos intralaminares (normales) σ_{Lx} y σ_{Ly} , y 3) las propiedades térmicas promedio de la lámina (coeficiente de expansión térmica promedio α_c) y de las componentes de la lámina (coeficiente de expansión térmica α_L).

Las restricciones del modelo son:

- 1) Las capas del MCLS son delgadas.
- 2) Los desplazamientos y las deformaciones son continuos a través de la interface.
- 3) El modelo es lineal, elástico, isotrópico, continuo y homogéneo.
- 4) Los espesores de las capas son constantes.
- 5) Se considera en el modelado global, que la distribución de temperatura es homogénea en todo el laminado y se desprecian los efectos de borde.

2.2. ESFUERZOS GLOBALES

El problema global es considerado como el compuesto laminado total, de material homogéneo e isotrópico [2]. El comportamiento termo-mecánico global es el promedio del comportamiento de todas las capas, si la distribución del estado de deformaciones es homogénea [1], entonces las deformaciones en las direcciones principales 1 y 2, (ε_1^0 y ε_2^0), son constantes en todos los puntos, esto es:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(z) &= \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2(z) &= \varepsilon_2^0\end{aligned}\quad (1)$$

En una prueba térmica y de cargas aplicadas sobre un MCLS donde la deformación es homogénea, se tiene un estado de esfuerzos planos. Los esfuerzos globales, normales σ_{Gx} y transversales σ_{Gy} , tienen una distribución promedio a través del espesor de la capa para un MCL simétrico de tres capas y asimétrico de dos capas.

Las siguientes ecuaciones constitutivas representan en forma general los esfuerzos térmicos y mecánicos globales promedio

(sólo esfuerzos de carga axial):

$$\sigma_{G1} = \left(1/h\right)\{A_{11}\varepsilon_1^0 + A_{21}\varepsilon_2^0\} - A_T\alpha_n\Delta T \quad (2)$$

$$\sigma_{G2} = \left(1/h\right)\{A_{21}\varepsilon_1^0 + A_{22}\varepsilon_2^0\} - A_T\alpha_n\Delta T$$

donde σ_{G1} y σ_{G2} son los esfuerzos termo-mecánicos globales promedio, h el espesor de laminado, las A_{ij} son constantes equivalentes promedio de todas las capas que componen el laminado en las direcciones 1 y 2, A_T es la constante equivalente térmica, α_n es el coeficiente de expansión térmica (CET) del material y ΔT es el cambio de temperatura.

2.3. ESFUERZOS TÉRMICOS INTRALAMINARES

Si se presenta un cambio de temperatura en un MCL constituido por capas con diferentes CET, si las capas no se encuentran unidas y si no existen restricciones en sus fronteras, éstas pueden deformarse libremente; el material con más alto CET presentará mayor deformación en todas las direcciones.

Entonces, si no se tienen restricciones en las fronteras por la diferencia entre los CET y en las propiedades elásticas de cada componente, se generan esfuerzos térmicos intralaminares en las capas. Si aunado a lo anterior, se agregan cargas en las fronteras, se generan también esfuerzos mecánicos, dando origen a un problema de esfuerzos termo-mecánicos.

En un problema global como local, la distribución de deformaciones homogénea da origen a un problema de esfuerzos planos (con esfuerzos cortantes iguales a cero), y sólo se cumplirá si la temperatura en todo el compuesto es uniforme.

La distribución de esfuerzos (σ_{Lx} y σ_{Ly}) a través del espesor de cada capa se considera constante.

En general, las ecuaciones constitutivas que gobiernan el análisis de esfuerzos termo-mecánicos en una dirección diferente de los ejes de simetría del laminado, son las siguientes:

$$\sigma_{L1} = Q_{11}\varepsilon_1^0 + Q_{12}\varepsilon_2^0 - Q_T\alpha_n\Delta T \quad (3)$$

$$\sigma_{L2} = Q_{21}\varepsilon_1^0 + Q_{22}\varepsilon_2^0 - Q_T\alpha_n\Delta T$$

donde σ_{L1} y σ_{L2} son esfuerzos termo-mecánicos intralaminares, Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} y Q_{22} son constantes de rigidez en las direcciones 1 y 2, Q_T es una constante de rigidez térmica isotrópica, α_n es el CET de cada capa, ε_1^0 y ε_2^0 son las deformaciones homogéneas en las direcciones 1 y 2, y ΔT es el cambio de temperatura.

Las constantes de rigidez en las direcciones arbitrarias 1 y 2 se definen en función de las constantes de rigidez Q_{xx} , Q_{xy} y Q_{yy} respecto a los ejes de simetría x y y de cada puntos, esto es:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= m^4Q_{xx} + 2m^2n^2Q_{xy} + n^4Q_{yy} \\ Q_{21} &= 2m^2n^2Q_{xx} + (m^4 + n^4)Q_{xy} + m^2n^2Q_{yy} \\ Q_{22} &= n^4Q_{xx} + m^2n^2Q_{xy} + m^4Q_{yy} \end{aligned} \quad (4)$$

Los cosenos directores m y n se definen como:

$$\begin{aligned} m &= \cos \theta \\ n &= \sin \theta \end{aligned} \quad (5)$$

Las constantes de rigidez simétricas y la constante de rigidez térmica en función de las constantes elásticas de ingeniería, quedan definidas como sigue:

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= \frac{E_x}{(1-\nu_x\nu_y)} \\ Q_{yy} &= \frac{E_y}{(1-\nu_x\nu_y)} \\ Q_{xy} &= \frac{\nu_x E_x}{(1-\nu_x\nu_y)} \\ Q_T &= \frac{E_x}{(1-\nu_x)} = \frac{E_y}{(1-\nu_y)} \end{aligned} \quad (6)$$

Para un material isotrópico sometido a cargas térmicas uniformes sin restricciones en las fronteras se tiene que: $E_x=E_y=E$ y $\nu_x=\nu_y=\nu$, por lo que las ecuaciones (6) toman la forma:

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= Q_{yy} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \\ Q_{xy} &= \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} \\ Q_T &= \frac{E}{(1-\nu)} \end{aligned} \quad (7)$$

2.4. APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Si se asume que el problema es lineal y si se aplica el principio de superposición [1], el problema termo-mecánico total puede ser representado por un conjunto de problemas individuales. El estado de esfuerzos globales σ_{Gx} y σ_{Gy} , es la suma de los estados de esfuerzo locales, esto es:

$$\begin{aligned} \sigma_{Gx} &= \eta_I\sigma_{L1I} + \eta_{II}\sigma_{L1II} + \eta_{III}\sigma_{L1III} + \dots + \eta_k\sigma_{L1k} \\ \sigma_{Gy} &= \eta_I\sigma_{L2I} + \eta_{II}\sigma_{L2II} + \eta_{III}\sigma_{L2III} + \dots + \eta_k\sigma_{L2k} \end{aligned} \quad (8)$$

donde σ_{Gx} , σ_{Gy} , son los esfuerzos globales promedio y σ_{Lxi} , σ_{Lyi} son los esfuerzos en cada capa en las direcciones x y y , y η_k son las fracciones volumétricas de cada una de las capas.

La fracción volumétrica (η) es:

$$\eta = \frac{h_i}{h} \quad (9)$$

Además,

$$1 = \eta_I + \eta_{II} + \eta_{III} + \dots + \eta_k$$

donde las η_k son las fracciones volumétricas correspondientes a las capas del compuesto, h es el espesor total del laminado y h_i son los espesores de las capas o grupos de capas constituyentes.

2.5. MODELO DE ESFUERZOS TÉRMICO-MECÁNICO RESULTANTE

El modelo constitutivo termo-mecánico resultante, considera un modelo global (compuesto laminado con propiedades elásticas y térmicas efectivas promedio) y el conjunto de modelos locales (capas de material continuo, homogéneo e isotrópico), cuando existen cambios de temperatura y la aplicación de cargas axiales en las fronteras, como se muestra en la Figura 1.

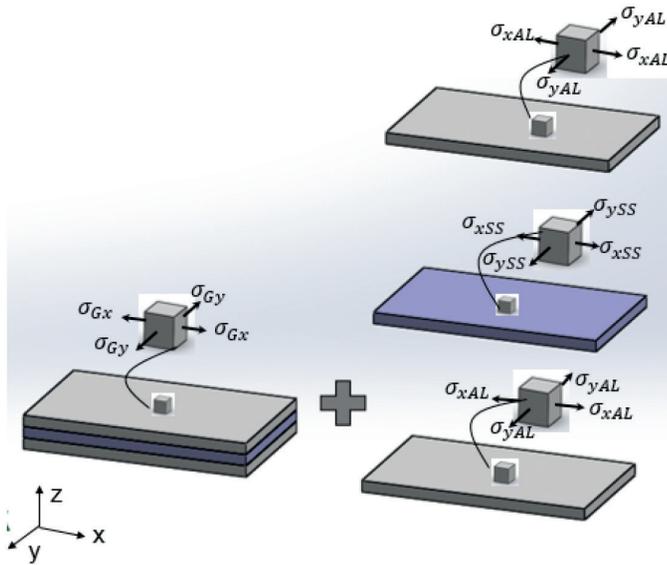


Figura 1. Modelo constitutivo resultante para esfuerzos térmicos

Por considerarse un estado de deformaciones homogéneo en las capas delgadas, los esfuerzos intralaminares σ_{Lz} , τ_{Lxy} , τ_{Lxz} y τ_{Lyz} son igual con cero en el modelo local. Los esfuerzos termo-mecánicos diferentes de cero son únicamente los esfuerzos longitudinales σ_{Lx} y transversales σ_{Ly} , los cuáles son iguales y homogéneos a través del espesor de las capas.

Finalmente, las ecuaciones que definen el modelo propuesto para dos diferentes direcciones en el plano son las siguientes:

1) Para esfuerzos Intralaminares.

$$\sigma_{Lxi} = Q_{11}\epsilon_x^0 + Q_{12}\epsilon_y^0 - Q_T\alpha_n\Delta T \quad (10)$$

$$\sigma_{Lxi} = Q_{21}\epsilon_x^0 + Q_{22}\epsilon_y^0 - Q_T\alpha_n\Delta T$$

2) Para esfuerzos globales.

$$\begin{aligned} \sigma_{Gx} &= \eta_I\sigma_{LxI} + \eta_{II}\sigma_{LxII} + \eta_{III}\sigma_{LxIII} + \dots + \eta_k\sigma_{Lxi} \\ \sigma_{Gy} &= \eta_I\sigma_{LyI} + \eta_{II}\sigma_{LyII} + \eta_{III}\sigma_{LyIII} + \dots + \eta_k\sigma_{Lyi} \end{aligned} \quad (11)$$

Para $i=1, 2, 3, \dots, n$, y $k=I, II, III, \dots, n$.

Lo anterior implica que si las cargas en las fronteras son igual con cero, el estado de esfuerzos térmico intralaminar en todos los puntos de una capa es de estado hidrostático de esfuerzos planos.

3. RESULTADOS

Para validar el modelo se tomaron dos compuestos laminados metálicos y se evaluó en qué medida el modelo propuesto resuelve el problema únicamente de esfuerzos térmicos planos.

Las probetas conformadas por los laminados fueron instrumentadas en sus fronteras con extensómetros eléctricos y sometidas a cambios de temperaturas uniformes. Con las deformaciones térmicas obtenidas durante las pruebas, las constantes elásticas y los cambios de temperatura, se determina el valor de los esfuerzos térmicos intralaminares. El método se valida aplicando un método

inverso, el cual consiste en considerar que son conocidos los cambios de temperatura, las deformaciones térmicas y las constantes elásticas, y que se desconocen los Coeficientes de Expansión Térmica (CET) de cada una de las capas constituyentes.

Para validar el modelo se utilizaron probetas tricapa fabricadas de aluminio (AL) y de acero inoxidable (SS) en dos configuraciones: AL-SS-AL (C_1) y SS-AL-SS (C_2). Mediante un método inverso se generó un sistema de ecuaciones analíticas lineales que se derivan de las ecuaciones (8) y (10).

3.1. SISTEMA DE ECUACIONES

El modelo propuesto permite determinar esfuerzos térmicos intralaminares cuando los esfuerzos globales en las fronteras sean cero. Al combinar dos probetas laminadas con configuraciones diferentes, probetas C_1 y C_2 , pero con capas de mismo material, al ser el modelo un conjunto de ecuaciones linealmente independiente, es posible determinar los CET de cada una de las capas. Cuando las fuerzas en las fronteras son igual a cero el estado de esfuerzos resultante, tanto a nivel global como local es de esfuerzos planos e hidrostático.

A partir del modelo global (10) y de las ecuaciones constitutivas locales (11) se forman las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{Gxc1} = 0 &= \eta_{ALc1}\sigma_{xALc1} + \eta_{SS1}\sigma_{xSSc1} \\ \sigma_{Gxc2} = 0 &= \eta_{ALc2}\sigma_{xALc2} + \eta_{SS2}\sigma_{xSSc2} \\ \sigma_{Gyc1} = 0 &= \eta_{ALc1}\sigma_{yALc1} + \eta_{SS1}\sigma_{ySSc1} \\ \sigma_{Gyc2} = 0 &= \eta_{ALc2}\sigma_{yALc2} + \eta_{SS2}\sigma_{ySSc2} \end{aligned} \quad (12)$$

Y,

$$\begin{aligned} \sigma_{xALc1} &= \frac{E_{AL}}{1-\nu_{AL}^2} (\epsilon_{xc1}^0 + \nu_{AL}\epsilon_{yc1}^0) - \frac{E_{AL}\alpha_{AL}\Delta T_{c1}}{1-\nu_{AL}} \\ \sigma_{xSSc1} &= \frac{E_{SS}}{1-\nu_{SS}^2} (\epsilon_{xc1}^0 + \nu_{SS}\epsilon_{yc1}^0) - \frac{E_{SS}\alpha_{SS}\Delta T_{c1}}{1-\nu_{SS}} \\ \sigma_{xALc2} &= \frac{E_{AL}}{1-\nu_{AL}^2} (\epsilon_{xc2}^0 + \nu_{AL}\epsilon_{yc2}^0) - \frac{E_{AL}\alpha_{AL}\Delta T_{c2}}{1-\nu_{AL}} \\ \sigma_{xSSc2} &= \frac{E_{SS}}{1-\nu_{SS}^2} (\epsilon_{xc2}^0 + \nu_{SS}\epsilon_{yc2}^0) - \frac{E_{SS}\alpha_{SS}\Delta T_{c2}}{1-\nu_{SS}} \\ \sigma_{yALc1} &= \frac{E_{AL}}{1-\nu_{AL}^2} (\epsilon_{yc1}^0 + \nu_{AL}\epsilon_{xc1}^0) - \frac{E_{AL}\alpha_{AL}\Delta T_{c1}}{1-\nu_{AL}} \\ \sigma_{ySSc1} &= \frac{E_{SS}}{1-\nu_{SS}^2} (\epsilon_{yc1}^0 + \nu_{SS}\epsilon_{xc1}^0) - \frac{E_{SS}\alpha_{SS}\Delta T_{c1}}{1-\nu_{SS}} \\ \sigma_{yALc2} &= \frac{E_{AL}}{1-\nu_{AL}^2} (\epsilon_{yc2}^0 + \nu_{AL}\epsilon_{xc2}^0) - \frac{E_{AL}\alpha_{AL}\Delta T_{c2}}{1-\nu_{AL}} \\ \sigma_{ySSc2} &= \frac{E_{SS}}{1-\nu_{SS}^2} (\epsilon_{yc2}^0 + \nu_{SS}\epsilon_{xc2}^0) - \frac{E_{SS}\alpha_{SS}\Delta T_{c2}}{1-\nu_{SS}} \end{aligned} \quad (13)$$

siendo σ_{Gxc1} , σ_{Gyc1} y σ_{Gxc2} , σ_{Gyc2} los esfuerzos globales promedio en x y y, de los compuestos C_1 (AL-SS-AL) y C_2 (SS-AL-SS), σ_{xALc1} , σ_{yALc1} , σ_{xSSc1} y σ_{ySSc1} son esfuerzos intralaminares en direcciones x y y de las capas de aluminio y acero inoxidable del compuesto C_1 , σ_{xALc2} , σ_{yALc2} , σ_{xSSc2} y σ_{ySSc2} son los esfuerzos asociados con el compuesto C_2 , ϵ_{xc1}^0 , ϵ_{yc1}^0 , ϵ_{xc2}^0 y ϵ_{yc2}^0 son las deformaciones longitudinales y transversales medidas en los compuestos C_1 y C_2 , E_{AL} , ν_{AL} , α_{AL} y E_{SS} , ν_{SS} y α_{SS} son las constantes elásticas y térmicas de la capa de aluminio y del acero inoxidable, respectivamente. ΔT_{c1} y ΔT_{c2} son los cambios de temperatura en los compuestos C_1 y C_2 . Para tener un orden con la instrumentación y con los

datos experimentales, el estado de esfuerzos térmico intralaminar se representará con las componentes de esfuerzos normales referenciados a los ejes en los que fueron instrumentados los extensómetros eléctricos, esto es:

$$\begin{aligned} \sigma_{xALc1} &= \sigma_{yALc1} \\ \sigma_{xSSc1} &= \sigma_{ySSc1} \\ \sigma_{xALc2} &= \sigma_{yALc2} \\ \sigma_{xSSc2} &= \sigma_{ySSc2} \end{aligned} \quad (14)$$

3.2. INSTRUMENTACIÓN DE LAS PROBETAS Y PRUEBAS EXPERIMENTALES

Se fabricaron e instrumentaron los compuestos C_1 y C_2 y se sometieron a cambios de temperatura. A continuación se describen los pasos que se llevaron a cabo para la instrumentación y la realización de las pruebas:

- a) Construcción e instrumentación de probetas compuestas y simples.

Con la finalidad de determinar los coeficientes de expansión térmica de los componentes de las láminas compuestas, se instrumentaron probetas de Aluminio (AL), Acero inoxidable (SS) y también una probeta de aluminio (AL 2024-T3) con CET conocido. Esta última fue tomada como referencia para cumplir con la nota técnica descrita en [30] para eliminar los efectos de errores térmicos inducidos por la aplicación de la técnica de extensometría eléctrica durante todas las pruebas realizadas.

Cada probeta C_1 y C_2 se instrumentó con dos extensómetros eléctricos, excepto la 2024-T3, la cual se instrumentó solo con uno. En la instrumentación se utilizaron extensómetros EA-06-120LZ-120/E. En la Figura 2 a) y 2 b) se observa la ubicación de los extensómetros.

- b) Realización de las pruebas.

Se colocaron las probetas individuales y las probetas compuestas C_1 y C_2 , dentro de una cámara térmica con rango de 0 a 80°C, 120 V, 60 Hz, y se llevaron a cabo las pruebas.

3.3. PRUEBAS EXPERIMENTALES EN MATERIALES INDIVIDUALES Y EN LOS COMPUESTOS

Durante las pruebas, las temperaturas se fueron aumentando gradualmente en 5 °C cada 20 minutos, iniciando en 23.4 °C hasta 63.2 °C. Los extensómetros utilizados se conectaron a un equipo P3 y las lecturas de deformaciones fueron tomadas en estado es-

tacionario. Para determinar los CET del aluminio y del acero inoxidable, así como los esfuerzos térmicos intralaminares y globales de los compuestos, los valores obtenidos directamente por el indicador de deformaciones fueron corregidos cumpliendo con la Nota Técnica TN 513-1 de Vishay Micro-Measurement [30].

Los materiales individuales de AL y SS fueron instrumentados y sometidos a pruebas de carga axial, obteniendo así sus constantes elásticas, Módulo de Young (E) y Relación de Poisson (ν) como se muestra en la Tabla 1. En dicha tabla también se presentan los resultados experimentales de los CET del aluminio y del acero inoxidable en forma individual.

Los valores obtenidos en los puntos instrumentados de los materiales C_1 y C_2 , para dos direcciones, longitudinal y transversal de las probetas respectivas, fueron obtenidos restando a la temperatura medida la temperatura ambiente que fue de 23.4°C.

Al realizar un análisis de resultados y considerando el cero como origen de la diferencia de temperaturas (ΔT), se obtienen las deformaciones promedio de las lecturas longitudinales y transversales contra el cambio de temperaturas en los puntos instrumentados, para los compuestos y materiales de referencia. En la gráfica de la Figura 3 se muestran los resultados obtenidos para el compuesto C_1 .

Para determinar los CET promedio de los compuestos C_1 (α_{SPc1}) y C_2 (α_{SPc2}) se utilizó la siguiente ecuación:

$$\alpha_S = \alpha_R + \frac{\epsilon_{T/O(G/S)} - \epsilon_{T/O(G/R)}}{\Delta T} \quad (15)$$

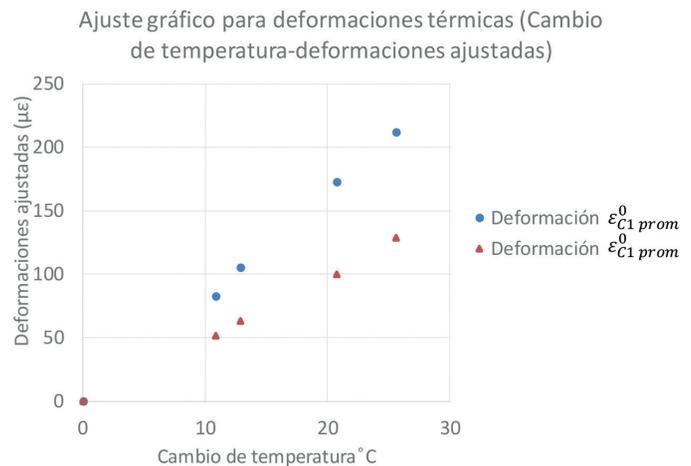


Figura 3. Deformaciones en los puntos instrumentados del compuesto C_1 .

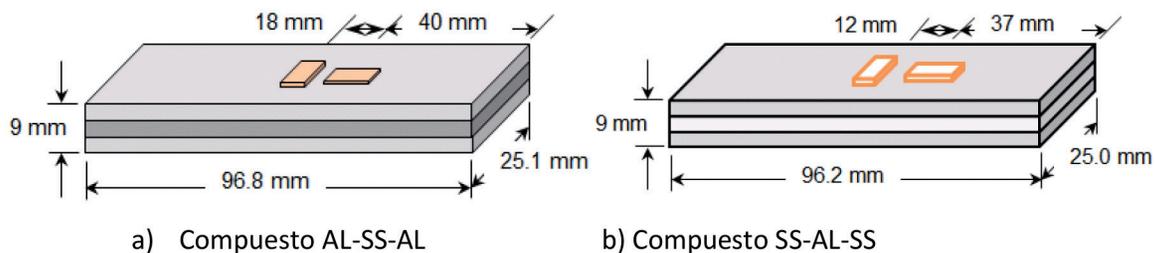


Figura 2. Dimensiones y ubicación de extensómetros eléctricos.

| Propiedad Térmica | Aluminio | Acero inoxidable |
|---|----------|------------------|
| Coefficiente de Expansión Térmica α ($\mu\epsilon/^\circ C$) | 24.61 | 17 |
| Módulo de Elasticidad E (GPa) | 70.16 | 202.2 |
| Relación de Poisson ν | 0.336 | 0.281 |

Tabla 1. Datos experimentales

Aquí, α_S es el CET del material de prueba (de cada compuesto), α_R es el CET del material de referencia (aluminio 2024-T3), su valor es 23.4 $\mu\epsilon/^\circ C$, $\epsilon_{T/O(G/S)}$ y $\epsilon_{T/O(G/R)}$ son las de-

| Compuesto C1 (AL-SS-AL) | | | | |
|-------------------------|--------------------------------|---|--|--|
| TEMP | AL (2024-T3) | Deformación promedio medida | CET promedio calculado | Deformación promedio corregida |
| ΔT (°C) | ϵ_R ($\mu\epsilon$) | ϵ_{C1prom}^0 ($\mu\epsilon$) | α_{C1prom} ($\mu\epsilon/^\circ C$) | $\epsilon_{CC1prom}^0$ ($\mu\epsilon$) |
| 10.9 | 122.6 | 83 | 20.56 | 224.1 |
| 12.90 | 141.6 | 105.5 | 20.56 | 265.2 |
| 20.8 | 223.6 | 173 | 20.56 | 427.6 |
| 25.6 | 275.6 | 212 | 20.56 | 526.3 |
| Compuesto C2 (SS-AL-SS) | | | | |
| 9.6 | 107 | 51.5 | 17.86 | 171.4 |
| 11.6 | 126 | 63 | 17.86 | 207.2 |
| 19.5 | 208 | 100 | 17.86 | 348.3 |
| 24.3 | 260 | 128.5 | 17.86 | 434 |

Tabla 2. CET promedio y deformación corregida en x, y de los compuestos C₁ y C₂

| CET | Experimental con modelo | Experimental (individual) | % de diferencia |
|--|-------------------------|---------------------------|-----------------|
| α_{AL} ($\frac{\mu\epsilon}{^\circ C}$) | 26.12 | 24.61 | 5.8 |
| α_{SS} ($\frac{\mu\epsilon}{^\circ C}$) | 16.3 | 17 | 4.3 |

Tabla 3. Validación del modelo

formaciones térmicas medidas en los materiales de prueba y referencia, respectivamente y ΔT es cambio de temperatura.

El CET promedio de los compuestos C₁ y C₂, se determinó adaptando la Ecuación (15), esto es:

$$\alpha_{SPC1prom} = \alpha_R + \frac{\epsilon_{C1prom}^0 - \epsilon_R}{\Delta T_{C1}} \quad (16)$$

$$\alpha_{SPC2prom} = \alpha_R + \frac{\epsilon_{C2prom}^0 - \epsilon_R}{\Delta T_{C2}}$$

donde ϵ_{C1prom}^0 y ϵ_{C2prom}^0 son las deformaciones térmicas promedio (longitudinales y transversales) medidas en los compuestos C₁ y C₂, respectivamente. Los CET promedio obtenidos son:

$$\alpha_{SPC1prom} = 20.56 \mu\epsilon/^\circ C \quad \text{y} \quad \alpha_{SPC2prom} = 17.86 \mu\epsilon/^\circ C$$

Con los CET promedio calculados experimentalmente y con los cambios de temperatura ΔT , se obtienen las deformaciones corregidas $\epsilon_{CC1prom}$ y $\epsilon_{CC2prom}$ al utilizar las expresiones (17) para cada compuesto, ver Tabla 2. Las deformaciones corregidas se encuentran sin el efecto de temperatura sobre los extensómetros, ya que el procedimiento de corrección ha eliminado los ruidos provocados en ellos.

$$\epsilon_{CC1prom} = \alpha_{C1prom} * \Delta T_{C1} \quad (17)$$

$$\epsilon_{CC2prom} = \alpha_{C2prom} * \Delta T_{C2}$$

Para evaluar y validar el modelo propuesto, se utilizan las ecuaciones (12) y (13), las constantes elásticas, las deformaciones corregidas, los cambios de temperatura y las fracciones volumétricas. Finalmente, se determinan los esfuerzos intralaminares del compuesto C₁ (σ_{xALC1} , σ_{yALC1} , σ_{xSSC1} , σ_{ySSC1}) y del compuesto C₂ (σ_{xALC2} , σ_{yALC2} , σ_{xSSC2} , σ_{ySSC2}), así como los coeficientes de expansión térmica de las capas de aluminio α_{AL} y acero inoxidable α_{SS}

que los componen. El cálculo de los CET de las capas y el de los esfuerzos intralaminares en los compuestos C₁ y C₂, se realizó mediante el Software Maple 13, los resultados se muestran en las Tablas 3 y 4, respectivamente.

La relación entre el cambio de temperatura y el esfuerzo térmico intralaminar de los compuestos C₁ y C₂ es lineal, en la gráfica de la Figura 4 se muestran los resultados con respecto al compuesto C₂.

Los resultados anteriores demuestran que el modelo propuesto para determinar los esfuerzos térmicos intralaminares es consistente, ya que las desviaciones máximas de los CET de aluminio y del acero inoxidable obtenidos por el método inverso, comparados con los obtenidos experimentalmente, son menores del 6%, ver Tabla 3.

4. DISCUSIÓN

Al considerar los esfuerzos de fluencia de la aleación de aluminio 6063 (AL) y del acero inoxidable 304 (SS), $S_{yAL} \approx 80 MPa$ y $S_{ySS} \approx 192 MPa$, y mediante el análisis de la Tabla 4 obtenida para los cambios de temperaturas establecidas en este trabajo, se puede observar lo siguiente:

1. En el compuesto C₁, el esfuerzo térmico intralaminar máximo en la capa de aluminio fue de $\sigma_{ALC1} = -15 MPa$ y representa el 19% de su esfuerzo de fluencia (S_{yAL}), mientras que el esfuerzo máximo en la capa de acero inoxidable fue de $\sigma_{xALC1} = 31 MPa$ y representan el 16% de su esfuerzo de fluencia (S_{yAl}).
2. En el compuesto C₂, el esfuerzo máximo registrado en las capas de aluminio fue de $\sigma_{yALC2} = -21 MPa$, y en la del acero inoxidable fue de $\sigma_{xALC2} = 11 MPa$, representando el 26% y 5.7% de sus esfuerzos de fluencia, respectivamente.
3. En ambos compuestos (C₁ y C₂) los esfuerzos en las capas de aluminio son de compresión y en las capas de acero inoxidable son esfuerzos de tensión.
4. Debido a que no se aplicaron fuerzas mecánicas en las fronteras en los materiales C₁ y C₂, los esfuerzos globales en cada uno de ellos son igual a cero.

El modelo presentado en este trabajo es aplicable a problemas de esfuerzos planos, térmicos o termo-mecánicos en materiales laminados con diversos niveles de anisotropía, sin embargo, en

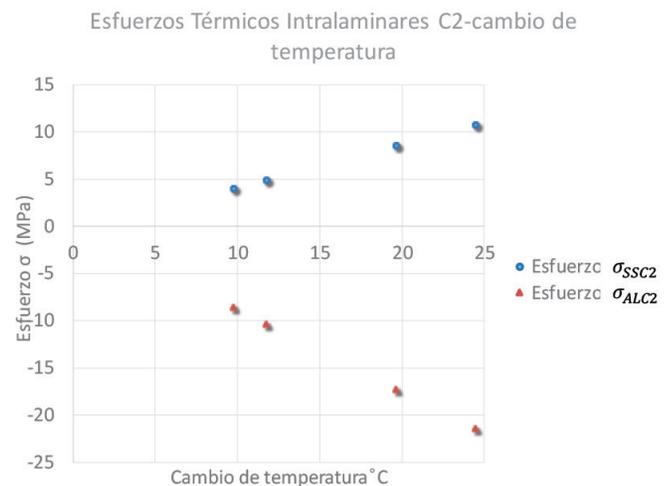


Figura 4: Relación temperatura-esfuerzo térmico intralaminar, compuesto C₂

| ΔT (°C) | ϵ_{C1}^0 ($\mu\epsilon$) | σ_{SSC1} (MPa) | σ_{ALC1} (MPa) |
|-----------------|-------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 10.9 | 224.1 | 13.2 | -6.4 |
| 12.9 | 265.2 | 15.6 | -7.6 |
| 20.8 | 427.6 | 25.1 | -12.2 |
| 25.6 | 526.3 | 31 | -15 |
| ΔT (°C) | ϵ_{C2}^0 ($\mu\epsilon$) | σ_{SSC2} (MPa) | σ_{ALC2} (MPa) |
| 9.6 | 171.5 | 4.3 | -8.3 |
| 11.6 | 207.2 | 5.2 | -10.1 |
| 19.5 | 348.3 | 8.8 | -17 |
| 24.3 | 434 | 11 | -21.2 |

Tabla 4: Esfuerzos térmicos intralaminares, compuestos C₁ y C₂

esta primera etapa sólo se evaluaron materiales compuestos con componentes isótropos. Dada la relevancia del modelo desarrollado por considerar mediciones experimentales en su solución, con posibles valores y variables no incluidas en un modelo teórico, en una segunda etapa se aplicará el modelo a materiales compuestos anisótropos [31, 32].

5. CONCLUSIONES

En este artículo se desarrolló un modelo analítico constitutivo lineal, el cual fue evaluado y validado experimentalmente mediante la medición de deformaciones en las fronteras de dos materiales compuestos laminados y fue determinado el estado de esfuerzos térmicos intralaminar. Las conclusiones fueron las siguientes:

- a) El modelo analítico y los resultados experimentales mostraron una relación lineal entre el estado de deformaciones y el estado de esfuerzos térmicos intralaminares.
- b) Los esfuerzos intralaminares obtenidos representan hasta un 26 % del esfuerzo de fluencia de los compuestos C₁ y C₂ para un cambio de temperaturas de 25 °C, por lo cual se consideran significativos.
- c) El coeficiente de expansión térmica del aluminio obtenido con el método inverso fue de $\alpha_{AL} = 26.12 \mu\epsilon / ^\circ C$ y es 5.8 % mayor que el experimental, mientras que el del acero inoxidable es $\alpha_{AL} = 16.3 \mu\epsilon / ^\circ C$, 4.3 % menor que el experimental.
- d) Los resultados experimentales muestran que el modelo analítico propuesto para determinar esfuerzos térmicos intralaminares, además de ser un modelo simple, es consistente y confiable.
- e) El modelo desarrollado es importante porque das ciertas condiciones de frontera: de tensión, compresión, de cambios de temperatura o una combinación de éstas, es posible determinar, tanto el estado de esfuerzos termo-mecánicos promedio real del punto instrumentado, como su variación a través del espesor de cada una de las capas.
- f) Es altamente probable que el modelo propuesto (aún con la restricción de linealidad), en combinación con otras teorías matemáticas, permita obtener resultados aplicables en el estudio de esfuerzos térmicos en Materiales Funcionalmente Graduados (FGMs), partiendo de la premisa de que el material está integrado por tres capas y no dos, de las cuales una de ellas correspondería a la parte media donde las componentes se mezclan.
- g) El presente trabajo es relevante porque aplica un modelo en el que los resultados obtenidos de esfuerzos térmicos globales e intralaminares, son resultado de mediciones experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo agradecen al Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, a la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, a la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora, a la Universidad La Salle Noroeste y a IIMM, por apoyar el desarrollo del presente artículo.

REFERENCIAS

- [1] Acosta, M., Jiménez, E., Rodríguez, J. A., "Model for the experimental analysis of intralaminar stresses in composite materials subjected to axial load", *Dyna*, 2016, 91, pp. 216-222. DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7490>
- [2] Hayden, O., Griffin, JR. "Three Dimensional Thermal Stresses in Angle-Ply Composite Laminates", *Journal of Composite Materials*, 1988, 22, pp. 53-70. DOI: [10.1177/002199838802200104](https://doi.org/10.1177/002199838802200104)
- [3] Abedian, A. "Thermal Stress Analysis of Unidirectional Fiber Reinforced Composites", 1998, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, Saskatchewan
- [4] Tomic, R.P., Sedmak, A.S., Cati, D.M., Milošm, M., Stefanovi, Z. "Thermal Stress Analysis of a Fiber-Epoxy Composite Materials", 2011, 15, pp. 559-563 559, DOI: <https://doi.org/10.2298/TSCI1102559T>
- [5] Hawilet, R.A., Naser, M.Z. "Thermal stress analysis of RC beams reinforced with GFRP bars", *Composites Part B*, 2012, 43, 2012, pp. 2135-2142, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.03.004>
- [6] Dharma, T., Suresh J. K. "Thermal analysis of Composite Laminated Plates using Higher-order shear deformation theory with Zig-Zag Function", *International Journal of Science & Emerging Technologies*, 2011, 2, pp. 53-57, DOI: <https://doi.org/10.17485/ijst/2011/v4i8/30904>
- [7] Prakash K. R., Chakrabarti A., Bhargaba P. Efficient 2D thermo-mechanical analysis of composites and sandwich laminates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1410897>
- [8] Kapuria, S., Nath, J.K. "Improved Global-Local Theory for Laminated Plates Under Thermal Load with Actual Temperature Profile", *Journal of Thermal Stresses*, 2012, 35, pp.169-191, DOI: <https://doi.org/10.1080/01495739.2012.637805>
- [9] Dong, J., Paley, I. "Simple model to predict the interlaminar shear strength of laminate composites", *Journal of Composite Materials*, 2012, 46, pp. 1357-1365, DOI: <https://doi.org/10.1177/0021998311418547>
- [10] Kim, T., Atluri, S.N. "Analysis of edge stresses in composite laminates under combined thermo-mechanical loading, using a complementary energy approach", *Computational Mechanics*, 1995, 16, (1995), pp. 83-97.
- [11] Wan, Y. "The Effect of Temperature Gradient on the Free-Edge Interlaminar Stresses in Multi-Layered Structures", *Journal of Composite Materials*, 1997, 11, pp. 2460-2477. DOI: <https://doi.org/10.1177/002199839703102403>
- [12] Andakshideh, A., Tahani, M. "Free-edge stress analysis of general rectangular composite laminates under bending, torsion and thermal loads", *European Journal of Mechanics*, 2013, 42, pp. 229-240. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2013.06.002>
- [13] Dharma, T., Suresh, J. "Thermal analysis of Composite Laminated Plates using Higher-order shear deformation theory with Zig-Zag Function", *Int. J. Sci. Emerging Tech.*, 2011, 2, pp. 53-57. DOI: <https://doi.org/10.17485/ijst/2011/v4i8/30904>
- [14] Kant, T., Shiyekar, S.M. "An assessment of a higher order theory for composite laminates subjected to thermal gradient", *Composite Structures*, 2013, 96, pp. 698-707. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.comstruct.2012.08.045>
- [15] Wang, B. L., Cui, Y. J. "Transient interlaminar thermal stress in multi-layered thermoelectric materials", *Applied Thermal Engineering*, 2017, 119, pp. 207-214. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.03.047>
- [16] Asghar, A., Hossein, G., Hossein, G. L. "Thermoelastic stress analysis in composite cylindrical vessel with metallic liner using first-order shear deformation theory and differential quadrature method", *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 2018, <https://doi.org/10.1177/0892705717744832>
- [17] Emad Q. H., Alasadi, S. "Experimental and Theoretical Stress Analysis Investigation for Composite Plate under Thermal Load", *Kufa Journal of Engineering*, 2018, 9, pp. 205-221. DOI: <https://doi.org/10.30572/2018/kje/090114>
- [18] Jeon J., Muliana A., La Saponara V. Thermal stress and deformation analysis in fiber reinforced polymer composites undergoing heat and mechanical loading. *Composite Structures*, 2014, 11, pp. 31-44. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.comstruct.2013.11.027>
- [19] Brischetto S. y Carrera E. Thermal Stress Analysis by Refined Multilayered Composite Shell Theories. *Journal of Thermal Stresses*, 2008, 32, pp. 165-186. DOI: <https://doi.org/10.1080/01495730802540882>
- [20] Cinefra M., Valvano S. y Carrera E. Thermal stress analysis of laminated structures by a variable kinematic MITC9 shell element. *Journal of Thermal Stresses*, 2016, 39, pp. 121-141. DOI: <https://doi.org/10.1080/01495739.2015.1123591>
- [21] Chen W., Jia P., Interlaminar stresses analysis and the limit state function approximating methods for composite structure reliability assessment: A selected review and some perspectives. *Journal of Composite Materials*, 2012, 47, pp. 1535-1547. DOI: <https://doi.org/10.1177/0021998312449676>
- [22] Das R.R., Singla A. Srivastava S. Thermo-mechanical interlaminar Stress and Dynamic Stability analysis of Composite Spherical Shells. *Procedia Engineering*, 2016, 144, pp. 1060-1066. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.058>
- [23] Sung R. Choi, Jeffrey I. Eldridge, Kang N. Lee, Robert A. Miller. Surface Cracking and Interface Reaction Associated Delamination Failure of Thermal and Environmental. *Ceramic Engineering and Science Proceedings*, 2008. <https://doi.org/10.1002/9780470294802.ch67>
- [24] Menasria, A., Bouhadra, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Mahmoud, S.R. (2017), "A new and simple HSDT for thermal stability analysis of FG sandwich plates", *Steel and Composite Structures*, 2017, 25, pp. 157-175, DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2017.25.2.157>
- [25] Abdelaziz, H. H., Meziane, M., Bousahla, A., Tounsi, A. An efficient hyperbolic shear deformation theory for bending, buckling and free vibration of FGM sandwich plates with various boundary conditions. *Steel and Composite Structures*, 25 (6): 693-704, 2017, DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2017.25.6.693>.
- [26] El-Haina, A. Bakora, A. Bousahla, A. Tounsi. "A simple analytical approach for thermal buckling of thick functionally graded sandwich plates". *Structural Engineering & Mechanics* 2018, 67 (5). DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2017.63.5.585>.
- [27] Yahia, S. A., Amar, L. H. H., Belabed, Z., Tounsi, A. "Effect of homogenization models on stress analysis of functionally graded plates", *Structural Engineering and Mechanics*, 2018, 67, pp. 527-544, DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2018.67.5.527>
- [28] Durelli, A. J., Phillips, E. A., and Tsao, C. H. Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain. 1958. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, USA.
- [29] Boley, B., Weiner, J. Theory of Thermal Stresses 1997, Dover Publications, INC. Mineola, New York, USA.
- [30] Micro-Measurements, Tech Note TN-513-1, "Measurement of Thermal Expansion Coefficient Using Strain Gages.
- [31] Thangjitham S. y Choi H.J. Thermal stresses in a Multilayered Anisotropic Medium. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, 58, pp. 1021-1027. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2897677>
- [32] Hussein E.Q., Alasadi S.J. Experimental and theoretical stress analysis investigation for composite plate under thermal load. *Kufa Journal of Engineering*, 2018, 9, pp. 205-221. DOI: <https://doi.org/10.30572/2018/KJE/090114>