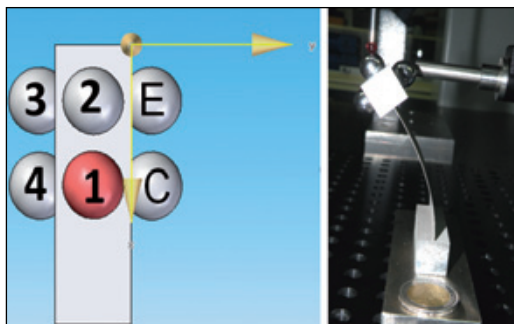


Estudio del ángulo de giro de elementos flexibles aplicado a mecanismos paralelos



Ana Cristina Majarena-Bello
Jorge Santolaria-Mazo
David Samper-Carnicer
Juan José Aguilar-Martín

Dra. Ingeniero Industrial
Dr. Ingeniero Industrial
Ingeniero Industrial
Dr. Ingeniero Industrial

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA. Centro Politécnico Superior. C/María de Luna, 3 – 50018 Zaragoza.
Tfno: +34 976 761000. majarena@unizar.es

Recibido: 06/10/2011 • Aceptado: 06/02/2012

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/4431>

STUDY OF ROTARY ANGLE FLEXIBLE HINGES IN PARALLEL MECHANISMS

ABSTRACT

- This paper analyses the flexible hinge parasitic error in function of the rotation angle in the 0-45° range. First, an analysis of the different geometries -taking into account considerations such as the stiffness and the rotation angle- is carried out, and a new kinematic model of two degrees of freedom parallel mechanism is developed. This mechanism consists of a flexible system that allows us to obtain the azimuth and elevation angles. The model developed is based on the Denavit-Hartenberg method. The kinematic chain containing flexible elements is therefore modelled by adding transformation matrices that consider the angle and translation error of those elements with respect to the initial reference systems. Subsequently, the flexible hinge geometric parameters are determined, by means of a simulation software based on the finite element method in order to obtain a system that allows us to perform the desired rotations. Finally, the element has been experimentally characterized, for two selected materials: aluminium EN AW-7075 and steel F-1430 and the rotation axis error in function of the rotated angle is obtained. This characterization let us observe which material is more suitable in function of the work range, and know for a particular application, the rotation magnitude that can be achieved with the flexible element in function of the desired accuracy.
- **Keywords:** Parallel mechanism, flexible hinge, rotation angle, parasitic movement.

RESUMEN

En este trabajo se analiza el error parásito de un elemento flexible en función del ángulo de giro para un rango de 0 a 45°. En primer lugar, se realiza un análisis de diferentes geometrías, teniendo en cuenta consideraciones como la rigidez y el ángulo de giro, y se desarrolla un nuevo modelo cinemático de un mecanismo paralelo de dos grados de libertad. Este mecanismo consta de un sistema flexible que permite realizar los giros de azimut y elevación. El desarrollo del modelo está basado en el método de **Denavit-Hartenberg**. De esta manera, la cadena cinemática que contiene elementos flexibles se modeliza mediante la adición de matrices de transformación que consideran los errores de giro y traslación de dichos elementos respecto a los sistemas de referencia iniciales o nominales. Posteriormente se determinan los parámetros geométricos del elemento flexible, mediante un software de simulación basado en el método de elementos finitos, con el fin de obtener un sistema que permita realizar los giros deseados. Finalmente se caracteriza el elemento experimentalmente, para dos materiales seleccionados: aluminio EN AW-7075 y acero F-1430, y se obtiene el error en el eje de giro en función del ángulo girado. Esta caracterización permite observar qué material es más adecuado en función del rango de trabajo y conocer, para una aplicación determinada, la magnitud del giro que se puede realizar con el elemento flexible en función de la precisión deseada.

Palabras clave: Mecanismo paralelo, elemento flexible, ángulo de giro, movimiento parásito.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han realizado un gran número de investigaciones que presentan los métodos más relevantes en el diseño y desarrollo de nuevos mecanismos para sectores como la construcción, medicina [1] o procesos de máquina-herramienta [2].

Los mecanismos paralelos son mecanismos de cadena cerrada que se caracterizan porque la plataforma móvil está unida a la placa fija o base mediante dos ó más cadenas cinemáticas independientes. El diseño y desarrollo de estos mecanismos ha despertado gran interés debido a las ventajas que ofrecen como alta rigidez y capacidad de soportar velocidades y cargas elevadas [3]. Por el contrario, el modelo cinemático directo es difícil de obtener y, en general, este problema tiene más de una solución. La zona de trabajo es limitada y su cálculo no es sencillo, ya que la posición y orientación están fuertemente acopladas [4].

La primera etapa en el diseño de elementos flexibles es la selección del material y de la geometría. Guérinot [11] estudió el comportamiento de diferentes geometrías; analizó cuál de ellas fuese más adecuada para diferentes características como ángulos de giro, máxima carga a compresión, comportamiento frente a momentos o movilidad, y presentó los materiales más adecuados para la fabricación de elementos flexibles. En [12] el autor comparó las uniones tipo lámina y tipo circular, concluyendo que la unión tipo lámina permite mayor ángulo de rotación e induce menores esfuerzos que la unión tipo circular, pero presenta menor precisión en la rotación. Y en [13], se demostró que la rigidez de la geometría tipo lámina es mejor que la del elemento tipo circular.

Una de las limitaciones de estos elementos es que su ángulo de giro es pequeño [14,15]. La obtención de un elemento que permita alcanzar un rango elevado ha despertado gran interés

ELEMENTO FLEXIBLE

Un elemento flexible consta de una región flexible que une dos partes rígidas. La región flexible permite una rotación relativa en el mecanismo. Este tipo de elementos realizan un desplazamiento preciso ante la acción combinada de accionamientos y cargas externas, lo que produce la rotación relativa entre los elementos adyacentes. Los sistemas flexibles están formados por varios elementos flexibles y se suelen fabricar mediante electroerosión. En la Fig.1 se muestran las geometrías más utilizadas para el diseño de estos elementos.

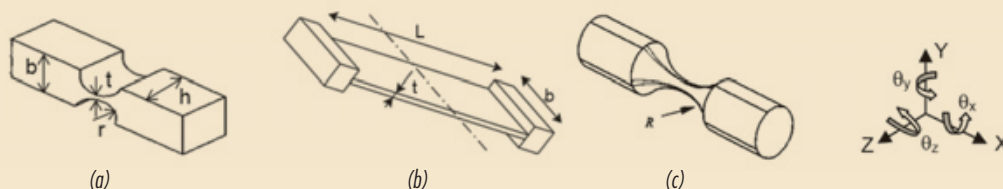


Fig. 1: Parámetros geométricos en las uniones tipo: (a) Circular (b) Lámina (c) Toroidal

En los últimos tiempos la aplicación de elementos flexibles en mecanismos paralelos ha despertado gran interés debido a las ventajas que presentan como la capacidad de obtener alta precisión en el posicionamiento, siempre y cuando se realice una buena caracterización del mismo, siendo repetible si se elige adecuadamente el material [5]. Otras de las ventajas que ofrecen estos elementos son la ausencia de juego mecánico; no hay pérdidas debidas a fricción, no necesitan lubricación, permiten una fabricación monolítica -evitando de este modo errores de montaje y permitiendo un diseño compacto [6]- y su mantenimiento es prácticamente despreciable. Sin embargo, en el diseño y aplicación de estos sistemas debe considerarse que la rotación no es pura en un solo eje, ya que existen movimientos parásitos: el eje se traslada y rota cuando el elemento gira y la caracterización de estos elementos es compleja.

Las aplicaciones de los elementos flexibles son muy diversas: robótica [7], microposicionamiento [8] o nanomanipulación [9] son algunas de las más destacadas.

entre los investigadores. Así, por ejemplo, en [16] se analizó el comportamiento de un elemento flexible de 2 GDL para un ángulo de rotación de 2, 4 y 5°. En [13] se estudió la rigidez para un ángulo de rotación de 4° en diferentes geometrías y en [17] se determinaron los errores en un rango de 0 a 15°, obteniendo errores de desplazamiento menores del 1.5% para ángulos inferiores a 10°. Pham [18] logró alcanzar un ángulo de giro de la plataforma de $\pm 15^\circ$ concatenando dos elementos flexibles. El desplazamiento no deseado en los ejes X e Y se halla en torno a los 4 mm cuando se inclina el efector final del robot 15° y se rota 360° alrededor del eje vertical, y en el eje Z es despreciable. El ángulo de torsión máximo es de $\pm 2.5^\circ$. Hesselbach [19] utilizó un material con memoria de forma (SMA) para conseguir ángulos de giro de $\pm 30^\circ$. Estos componentes se utilizan para aplicaciones muy específicas debido a su alto coste.

Sin embargo, no se han encontrado trabajos experimentales en los que se analice la precisión que se puede obtener con el elemento flexible en función del ángulo de

giro realizado y las ecuaciones teóricas que se utilizan para predecir el comportamiento de estos sistemas únicamente son adecuadas para rangos de trabajo pequeños.

El objetivo de este trabajo es obtener dicha relación con el fin de determinar el ángulo de giro máximo del elemento -para una aplicación determinada en un rango de trabajo de 0 a 45°- en función de la precisión de posicionamiento deseada. El análisis se ha realizado para dos elementos flexibles fabricados en aluminio EN AW-7075 (utilizado en el diseño de elementos flexibles) y acero F-1430 (utilizado especialmente en la fabricación de muelles). En primer lugar, se ha realizado un prediseño de un elemento flexible de dos grados de libertad y se ha analizado su comportamiento a partir de las ecuaciones de deformación y rigidez. Posteriormente se ha desarrollado un nuevo modelo cinemático del mecanismo paralelo basado en elementos flexibles. Dicho modelo está basado en el método de **Denavit-Hartenberg** y modeliza los errores de giro de los elementos flexibles mediante la adición de matrices de transformación que consideran dicho error respecto a los sistemas de referencia nominales. Los parámetros de transformación son dependientes del ángulo girado y se han determinado mediante simulación, utilizando un software basado en el método de elementos finitos a partir del modelo aproximado de cuerpo pseudo-rígido. Finalmente se ha caracterizado el elemento experimentalmente, utilizando una máquina de medir por coordenadas (MMC), y se ha obtenido el error de giro en función del ángulo.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

2.1. DISEÑO DEL ELEMENTO FLEXIBLE

Para realizar el diseño del elemento flexible se utilizaron las ecuaciones teóricas para el cálculo de la rigidez de dichos elementos, con el fin de predecir el comportamiento del mecanismo para diferentes geometrías.

Paros y Weisbord desarrollaron en 1965 las ecuaciones de rigidez del elemento circular (ver Fig. 1a) [20], como se muestra en la Eq. 1.

$$K_{\theta_z M_z} = \frac{M_z}{\theta_z} = \frac{2Ebt^{5/2}}{9\pi r^{1/2}} \quad (1)$$

donde E es el módulo elástico del material, t el espesor de la lámina, r el radio de curvatura y b corresponde a la altura del elemento.

Posteriormente, Lobontiu [12] obtuvo las ecuaciones para el cálculo de la rigidez de elementos tipo lámina (ver Fig. 1b), dada por la Eq. 2

$$K_{\theta_z M_z} = \frac{M_z}{\theta_z} = \frac{Ebt^3}{12L} \quad (2)$$

donde L corresponde a la longitud del elemento.

La unión tipo toroidal (Fig. 1c) se puede aproximar mediante la Eq. 3 [14]:

$$K_{\theta_z M_z} = \frac{M_z}{\theta_z} = \frac{Et^{7/2}}{20R^{1/2}} \quad (3)$$

donde t representa el espesor mínimo y R el radio de curvatura.

Diversos autores han analizado la validez de estas fórmulas en función del espesor y el radio de curvatura. Así por ejemplo, Yong [21] ofrece una comparación de diferentes ecuaciones presentadas en la bibliografía especializada para el cálculo de las diferentes componentes de la rigidez de un elemento flexible circular, indicando cuáles son los métodos que menor error ofrecen en cada caso.

En la Tabla 1 se resumen las ecuaciones necesarias para el cálculo del ángulo de giro máximo y la rigidez de los tres tipos de uniones analizadas. Dicho ángulo se puede obtener a partir de la ecuación que relaciona el ángulo y la rigidez (Eq. 4):

$$\theta = \frac{2I}{Kt} \cdot \sigma_{Plast} \quad (4)$$

donde I corresponde a la inercia de la sección.

Debe considerarse que estas ecuaciones sólo son válidas para ángulos de giro pequeños, por lo que únicamente permitirán obtener una estimación del comportamiento del mecanismo si se desea efectuar grandes rotaciones.

A partir de estas expresiones se puede deducir que para obtener un ángulo elevado se deberá seleccionar un material cuya relación tensión de plasticidad/módulo elástico (σ_{Plast}/E) sea lo mayor posible. Por otro lado, en el diseño de la geometría se buscará aumentar el valor de los parámetros L y r y disminuir t para conseguir ángulos elevados. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que de esta forma se disminuye la rigidez, por lo que deberá existir un compromiso para conseguir los ángulos deseados evitando que el material plastifique. También se observa que la variación del parámetro b no influye en el ángulo de giro del elemento, pero sí en su rigidez.

Geometría	Rigidez	Ángulo de giro
Circular	$K_{\theta_z M_z} = \frac{2Ebt^{5/2}}{9\pi r^{1/2}}$	$\theta = \frac{3\pi r^{1/2}}{4et^{1/2}} \sigma_{Plast}$
Lámina	$K_{\theta_z M_z} = \frac{Ebt^3}{12L}$	$\theta = \frac{2L}{Et} \sigma_{Plast}$
Toroidal	$K_{\theta_z M_z} = K_{\theta_r M_r} = \frac{Et^{7/2}}{20R^{1/2}}$	$\theta = \frac{10\pi r^4 R^{1/2}}{Et^{9/2}} \sigma_{Plast}$

Tabla 1: Cálculo de la rigidez y del ángulo de giro para diferentes geometrías del elemento flexible

Una vez determinada la geometría del elemento, se debe seleccionar el material que cumpla con los requisitos necesarios para la aplicación deseada.

La Tabla 2 muestra la relación σ_{Plast}/E para distintos materiales analizados.

Grupo	Acero		Aluminio		Titanio		Cobre	SMA	CFRP
Referencia	1430	6150	6061	7075	Ti-6Al-4V	Ti13	Ca170	HTP	Sigratex KDK8045
σ (Mpa)	710	460	276	578	880	1100	1034	560	750
E (Gpa)	205	205	68.9	71.7	113.8	110	128	75	74
$(\sigma/E) \cdot 1000$	3.5	2.2	4.0	8.1	7.7	10.0	8.1	7.5	10.1

Tabla 2: Propiedades de los materiales analizados

Los cuatro materiales que mejores propiedades presentan son el compuesto CFRP, el titanio Ti13, el aluminio EN AW-7075 y el cobre Ca170 (con relaciones de σ/E superiores a 8).

A partir de las ecuaciones presentadas en la Tabla 1 se ha estimado el ángulo de giro, θ , para determinados valores de los parámetros b , t y L ó r para la aleación EN AW-7075 como se puede observar en la Tabla 3. Si bien la geometría circular y toroidal son muy interesantes para ángulos de giro pequeños (en torno a los 4°), para nuestra aplicación –en la que se requieren ángulos de giro en torno a los 45° en cada grado de libertad– es más conveniente la geometría tipo lámina, tal y como se observó experimentalmente en la bibliografía presentada en la sección 1. Una vez elegida la geometría del elemento flexible, el paso siguiente es la optimización de los parámetros geométricos para alcanzar el ángulo de giro deseado en cada grado de libertad.

Geometría	b (mm)	t (mm)	L, r (mm)	θ ($^\circ$)
Lámina	50	1	20	18.5
Circular	50	1	20	4.8
Toroidal	50	1	20	4

Tabla 3: Obtención del ángulo de giro del elemento flexible para distintas geometrías a partir de las ecuaciones teóricas

2.2. MECANISMO PARALELO BASADO EN ELEMENTOS FLEXIBLES

El mecanismo paralelo desarrollado inicialmente consta de una base fija, una plataforma móvil, dos actuadores lineales unidos a la base y a la plataforma mediante rótulas esféricas de alta precisión, dos sensores ópticos lineales de alta precisión para mejorar la precisión del sistema y una

rótula universal. Este sistema posee dos grados de libertad (GDL) (azimut $\pm 45^\circ$ y elevación $\pm 30^\circ$). La optimización de este diseño se desarrolló en [22], donde se obtuvieron los parámetros geométricos de diseño óptimos correspondientes a los anclajes de las rótulas para alcanzar los giros de azimut

y elevación deseados, se minimizaron las dimensiones del mecanismo y se obtuvo la máxima resolución posible para unos componentes determinados.

En el nuevo diseño se ha sustituido la rótula universal por un sistema flexible con el objetivo de mejorar la precisión del sistema (ver Fig. 2). De esta manera, mediante la utilización de elementos flexibles es posible eliminar el juego mecánico en dicha articulación.

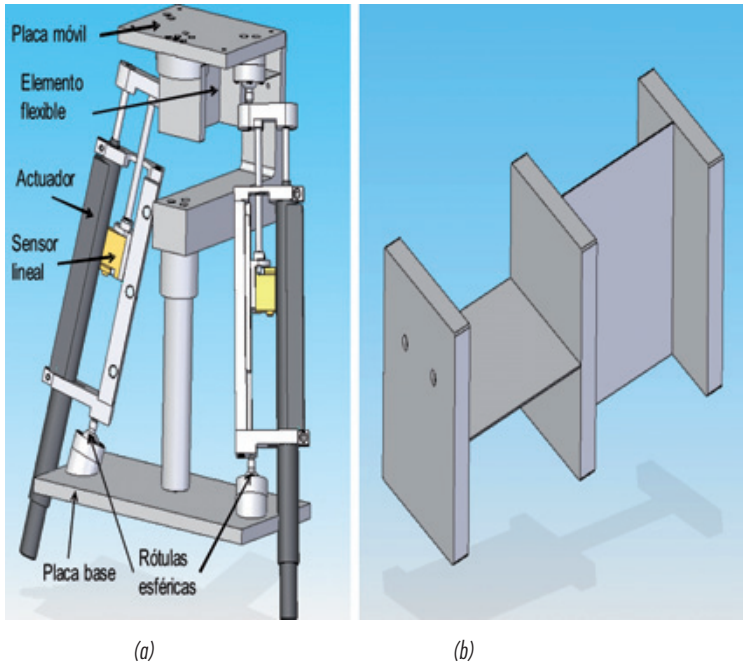


Fig. 2: Diseño del mecanismo paralelo basado en elementos flexibles: (a) Unidad de posicionamiento (b) Detalle del sistema flexible

2.3. MODELO CINEMÁTICO DEL MECANISMO PARALELO

El cálculo de la posición y orientación de un mecanismo, $[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$, se obtiene mediante la aplicación del modelo

cinemático directo, a partir de las variables de articulación, q_i , según la Eq. 5:

$$[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma] = g(q_1, \dots, q_n) \quad (5)$$

donde $i=1, \dots, n$ representa cada articulación del mecanismo.

El sistema de ecuaciones no lineales del modelo se puede desarrollar mediante la aplicación del conocido *método de Denavit-Hartenberg* (D-H) [23] a cada cadena del mecanismo. Este método se ha utilizado ampliamente en la obtención del modelo de mecanismos paralelos [24], y utiliza cuatro parámetros (distancias d_i , a_i , y ángulos θ_i , α_i) para modelizar la transformación de coordenadas entre sistemas de referencia sucesivos. La matriz de transformación homogénea entre los sistemas i e $i-1$ depende de estos cuatro parámetros (ver Eq. 6).

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} \cdot R_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \cdot \sin\theta_i & \sin\alpha_i \cdot \sin\theta_i & a_i \cdot \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cdot \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cdot \cos\theta_i & a_i \cdot \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

La Fig. 3 muestra los sistemas de referencia utilizados en el mecanismo desarrollado.

L_{A1} y L_{A2} son las distancias entre los centros de las rótulas

esféricas que unen el actuador con la plataforma móvil y la base para las cadenas 1 y 2 respectivamente.

La aplicación del método de D-H a las cadenas 1 y 2 es directa (Eqs. 7 y 8).

$${}^B T_A^1 = {}^B T_0 \cdot {}^0 T_3 \cdot {}^3 T_4 \cdot {}^4 T_7 \cdot {}^7 T_A \quad (7)$$

$${}^B T_A^2 = {}^B T_{10} \cdot {}^{10} T_{13} \cdot {}^{13} T_{14} \cdot {}^{14} T_{17} \cdot {}^{17} T_A \quad (8)$$

donde ${}^B T_i$ es la matriz que expresa las coordenadas de la plataforma móvil en el sistema de referencia de la base, (SR_B), y el superíndice, i , representa la cadena analizada. Las matrices ${}^B T_0$, ${}^7 T_A$, ${}^{10} T_{13}$ y ${}^{17} T_A$ expresan traslaciones de un sistema de referencia al siguiente; ${}^0 T_3$, ${}^4 T_7$, ${}^{10} T_{13}$ y ${}^{14} T_{17}$ representan los giros de las rótulas esféricas; y ${}^3 T_4$ y ${}^{13} T_{14}$ corresponden a las traslaciones realizadas por los actuadores lineales.

Sin embargo, para modelizar la cadena que contiene a los elementos flexibles debe considerarse el error de giro, ya que en la realidad, el elemento no gira en torno a su eje de rotación nominal, sino que lo hace respecto a un sistema de referencia con errores radiales δ_x y δ_y , error axial δ_z y errores de inclinación ϵ_x y ϵ_y . En esta aplicación, los términos de segundo orden no son despreciables ya que se están considerando ángulos de giro elevados, por lo que en la modelización del error de giro se ha utilizado la Eq. 9 [25]:

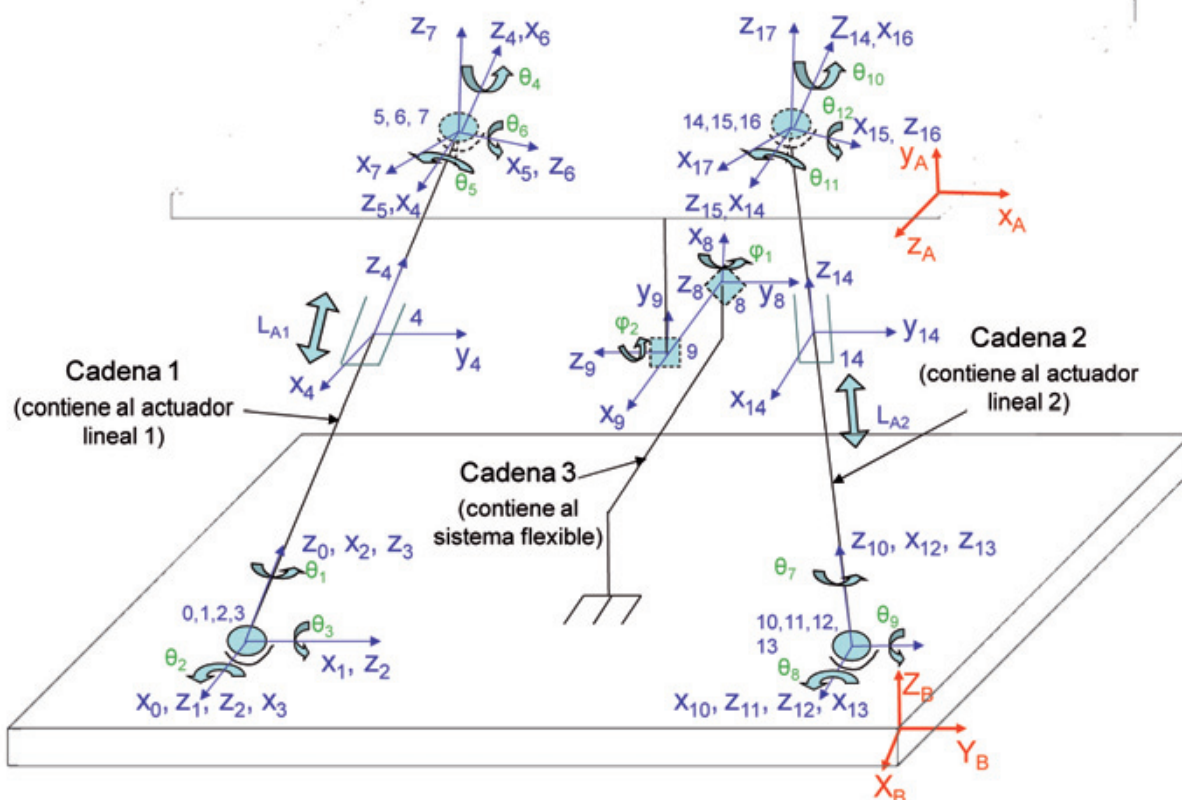


Fig. 3: Sistemas de referencia utilizados en la obtención del modelo del mecanismo paralelo basado en elementos flexibles

$$\epsilon_{\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_y \cdot \cos \theta & -\cos \epsilon_y \cdot \sin \theta & \sin \epsilon_y & \delta_x \\ \sin \epsilon_x \cdot \sin \epsilon_y \cdot \cos \theta + \cos \epsilon_x \cdot \sin \theta & \cos \epsilon_x \cdot \cos \theta - \sin \epsilon_x \cdot \sin \epsilon_y \cdot \sin \theta & -\sin \epsilon_x \cdot \cos \epsilon_y & \delta_y \\ -\cos \epsilon_x \cdot \sin \epsilon_y \cdot \cos \theta + \sin \epsilon_x \cdot \sin \theta & \sin \epsilon_x \cdot \cos \theta + \cos \epsilon_x \cdot \sin \epsilon_y \cdot \sin \theta & \cos \epsilon_x \cdot \cos \epsilon_y & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Considerando dicho error en cada una de las rotaciones que realiza el elemento flexible, y sustituyendo θ en la Eq. 9 por ϕ_1 y ϕ_2 , se calculan las matrices 8T y 9T , respectivamente, obteniendo la Eq. 10 para modelizar la cadena 3:

$${}^B_A T^3 = {}^B_8 T \cdot {}^8_9 T \cdot {}^9_A T \quad (10)$$

La matriz de transformación que nos permite obtener las coordenadas de la plataforma móvil en el sistema de referencia B viene dada por los ángulos de Euler ZYZ, como se muestra en la Eq. 11:

$${}^B_A T = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma & -\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma - \sin \alpha \cdot \cos \gamma & \cos \alpha \cdot \sin \beta & x \\ \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma & -\sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \cos \gamma & \sin \alpha \cdot \sin \beta & y \\ -\sin \beta \cdot \cos \gamma & \sin \beta \cdot \sin \gamma & \cos \beta & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Igualando las Eqs. 7, 8 y 10 a la Eq. 11 se obtiene el sistema de ecuaciones del modelo cinemático.

El paso siguiente es el cálculo del momento máximo que son capaces de proporcionar los actuadores para conocer si el sistema flexible es capaz de proporcionar el giro necesario. Para ello, se ha aplicado el Principio de los Trabajos Virtuales en dos posiciones extremas del mecanismo. Este principio establece que cuando una estructura que está en equilibrio sufre una deformación virtual debido a la acción de una carga adicional, el trabajo virtual externo de la carga es igual al trabajo virtual interno desarrollado por las tensiones causadas por la carga. De esta manera, se puede obtener una estimación del valor del momento, como se indica mediante la Eq.12:

$$\sum_{i=1}^n F_i^v \delta_i^v = \sum_{i=1}^n M_i^v \theta_i^v \quad (12)$$

donde F_i^v es la carga adicional, δ_i^v es el desplazamiento virtual, M_i^v es el momento virtual y θ_i^v es el ángulo de giro.

Aplicando el teorema al sistema de posicionamiento diseñado se obtiene la Eq. 13.

$$F_1 \Delta \delta_1 + F_2 \Delta \delta_2 = M_z \Delta \theta_1 + M_y \Delta \theta_2 \quad (13)$$

$$\Delta \delta_1 = \Delta L'_1 - \Delta L_1 \quad (14)$$

$$\Delta \delta_2 = \Delta L'_2 - \Delta L_2 \quad (15)$$

Se ha resuelto la ecuación para dos posiciones extremas dadas por los ángulos de azimut (φ_1) y elevación (φ_2):

a) Posición extrema $[\varphi_1, \varphi_2] = [0^\circ, 30^\circ]$

El cálculo de la elongación de los actuadores mediante

el modelo cinemático desarrollado en la sección 2.3, para la posición $[\varphi_1, \varphi_2] = [0^\circ, 30^\circ]$, proporciona elongaciones de $\Delta L_1 = \Delta L_2 = 20.8891 \text{ mm}$.

Aplicando los giros $\Delta \theta_1 = 0^\circ$ e $\Delta \theta_2 = 1^\circ$, se calculan las nuevas elongaciones y se obtiene: $\Delta L'_1 = \Delta L'_2 = 21.4825 \text{ mm}$.

Sustituyendo estos valores en la eq. 13, para una fuerza máxima que proporciona el actuador de 125 N se obtiene el valor del momento: $M_y = 8499.8 \text{ N}\cdot\text{mm}$.

b) Posición extrema $[\varphi_1, \varphi_2] = [45^\circ, 0^\circ]$

La elongación de los actuadores para la posición $[\varphi_1, \varphi_2] = [45^\circ, 0^\circ]$, proporciona elongaciones de $\Delta L_1 = 19.2912 \text{ mm}$ e $\Delta L_2 = -10.7149 \text{ mm}$.

Aplicando los giros $\Delta \theta_1 = 1^\circ$ e $\Delta \theta_2 = 0^\circ$, las nuevas elongaciones son: $\Delta L'_1 = 19.7246$ e $\Delta L'_2 = -10.7791 \text{ mm}$.

Suponiendo $F_1 \approx F_2$ y sustituyendo en la Eq. 13, se obtiene: $M_z = 2644 \text{ N}\cdot\text{mm}$.

De los resultados obtenidos se desprende que el caso más desfavorable, en el que el actuador proporciona menor momento, corresponde con la segunda posición analizada, en la que se ha obtenido un momento estimado de $M_z = 2644 \text{ N}\cdot\text{mm}$. Se ha aplicado un coeficiente de seguridad de 1.5, obteniendo un momento de $1762.6 \text{ N}\cdot\text{mm}$. El sistema flexible deberá ser capaz de proporcionar los giros necesarios mediante la aplicación de momentos inferiores a este valor.

2.4. DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS GEOMÉTRICOS DEL SISTEMA FLEXIBLE

Una vez seleccionada la geometría tipo lámina para el diseño del elemento flexible y calculado el momento máximo que pueden proporcionar los actuadores, se han realizado simulaciones, mediante el software de cálculo de elementos finitos Ansys 11.0, para diferentes valores de los parámetros geométricos. De esta forma, se pueden obtener los valores de los parámetros geométricos que permiten alcanzar un ángulo de giro próximo a 45° . Para ello, se ha utilizado el modelo aproximado de cuerpo pseudo-rígido, ampliamente utilizado en la literatura para el diseño de elementos flexibles [10]. Este modelo consiste en analizar un mecanismo flexible a partir de un mecanismo compuesto por eslabones rígidos que están unidos mediante juntas flexibles. Y se ha considerado el volumen disponible para sustituir la rótula universal por el sistema flexible. En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos.

L (mm)	b (mm)	t (mm)	θ (°)
60	20	0.5	52
60	50	0.4	46
40	20	0.5	41
40	20	0.7	32
40	40	0.5	39

Tabla 4: Obtención del ángulo de giro del elemento flexible tipo lámina mediante simulación

Se puede observar que la geometría que permite alcanzar dicha rotación viene dada por $L=60\text{mm}$, $b=50\text{ mm}$ y $t=0.4\text{ mm}$.

La Fig. 4 muestra la tensión máxima que debe soportar el elemento flexible de aluminio EN AW-7075 al aplicar momentos de $300\text{ N}\cdot\text{mm}$ en la plataforma para alcanzar las posiciones extremas, obteniendo valores en torno a los 180 Mpa, muy por debajo de la tensión de plasticidad del elemento flexible ($\sigma_{\text{Plast EN AW-7075}} = 578\text{ MPa}$).

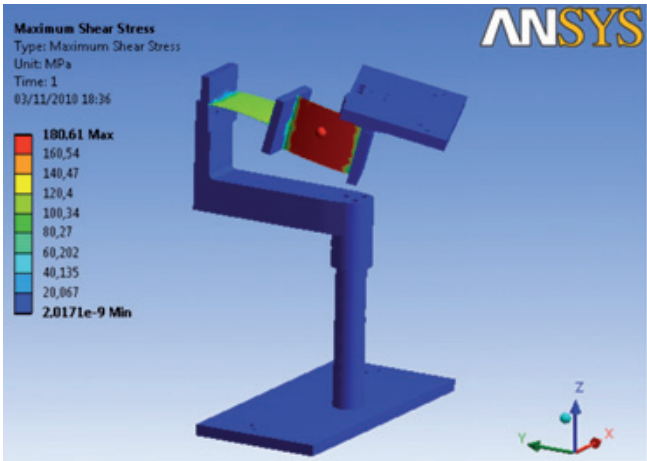


Fig. 4: Tensión máxima del sistema flexible en una de las posiciones límites

La simulación del ciclo de vida del sistema flexible permite observar que para ciclos de ángulos de giro con valores de 15° se obtiene un ciclo de vida muy elevado. Sin embargo, a medida que se aumenta el valor del ángulo de giro el número de ciclos decae exponencialmente (ver Fig.5).

Se han realizado diferentes simulaciones aplicando un momento de $270\text{ N}\cdot\text{mm}$ en el eje X y de $400\text{ N}\cdot\text{mm}$ en el eje Z, analizando distintos materiales (acero F-1430, compuesto CFRP, titanio Ti-13, aluminio EN AW-7075 y aleación de cobre Ca-170), obteniendo tensiones máximas en torno a 162 Mpa. En la Fig. 6 se presenta la deformación que sufre cada uno de los materiales analizados. Como se puede observar, el elemento de acero F-1430 es el que menos deformación

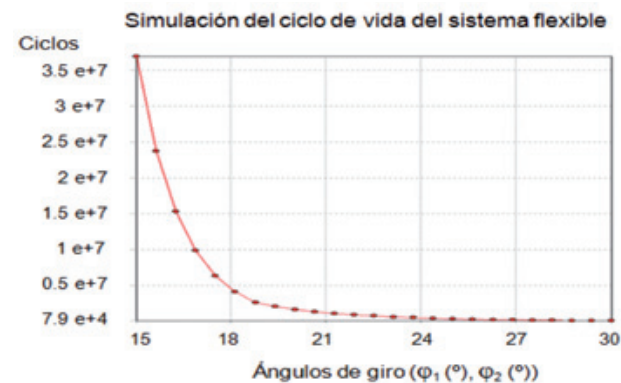
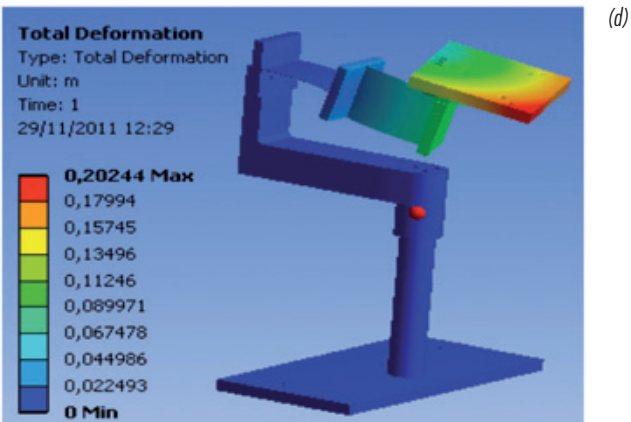
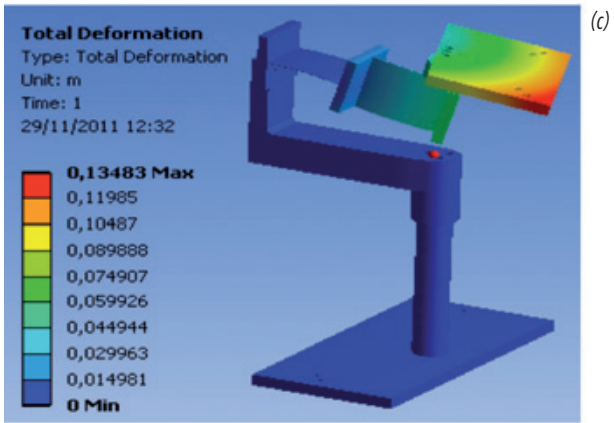
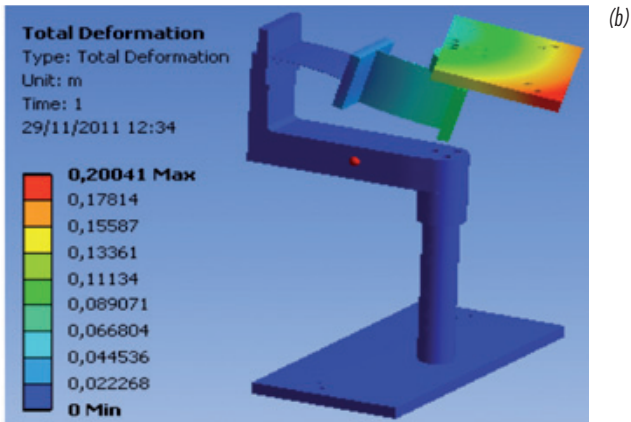
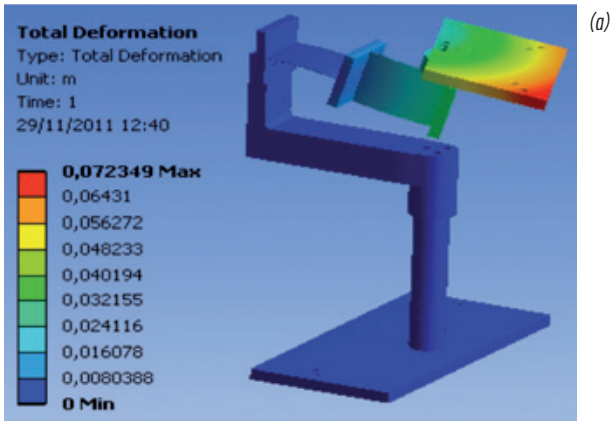


Fig. 5: Simulación del ciclo de vida del sistema flexible



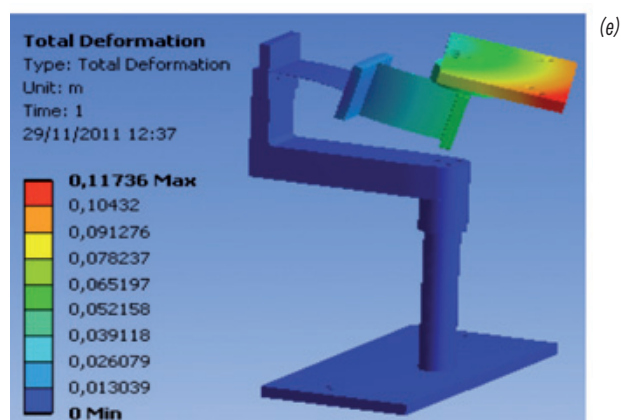


Fig. 6: Deformación para diferentes materiales.
 (a) F-1430 (b) CFRP (c) Ti-13 (d) EN AW-7075 (e) Ca-170

presenta (deformación máxima de 0.072 m), debido a que es el elemento que mayor valor de módulo elástico posee. Además, es el material cuya tensión máxima de rotura (460 Mpa) es más próxima a la tensión equivalente de Von Mises -obtenida mediante simulación (287 Mpa). Los elementos de compuesto CFRP y aluminio EN AW-7075 son los que más se deforman (en torno a 0.2 m). Estos dos últimos materiales presentan un comportamiento muy parecido, ya que su módulo elástico es muy similar, sin embargo, el coste del aluminio EN AW-7075 es mucho menor y su fabricación es sencilla (por ejemplo mediante el proceso de electroerosión). Por ello, éste es el material elegido para la fabricación del elemento flexible.

2.5. CARACTERIZACIÓN DEL ELEMENTO FLEXIBLE

Se denomina error parásito a la diferencia entre la posición y orientación teórica y deseada del sistema de referencia inercial ligado a la parte móvil del elemento flexible, y es debido a los momentos de torsión provocados en los ejes de referencia del elemento. El objetivo de la caracterización del elemento flexible es determinar dicho error en función del ángulo girado. Para ello, se han realizado diversos ensayos en el laboratorio utilizando una MMC que posee una precisión en torno a los 2 μm .

Inicialmente, se han fijado seis esferas patrón de diámetro 12 mm a un elemento flexible de dimensiones 60x50x0.4 mm (longitud, anchura y espesor, respectivamente), como se muestra en la Fig. 7. Las esferas numeradas del 1 al 4 se han medido mediante la MMC en cada posición analizada para conocer el centro de cada esfera. Para desplazar el elemento flexible a cada posición, se ha aplicado una fuerza mediante un actuador lineal sobre la esfera C (fuerzas aplicadas en la zona central del elemento) y, posteriormente, se ha realizado el ensayo aplicando la fuerza sobre la esfera E (fuerzas aplicadas en la zona extrema del elemento) con el fin de poder analizar los movimientos parásitos del elemento flexible. Se han realizado desplazamientos del actuador en el

rango de 0 a 34 mm, con incrementos de 2 mm hasta aplicar una fuerza máxima de 7.5 N, obteniendo ángulos de giro de 0 a 45°.

En la selección de los materiales para la fabricación y caracterización del sistema flexible se han analizado los resultados mostrados en la Tabla 2 (relación σ/E de cada material) y las simulaciones realizadas. Como se pudo observar, el titanio Ti-13, los materiales compuestos CFRP y el aluminio EN AW-7075 son los que mejores propiedades presentan; sin embargo, el coste del titanio Ti-13 y del compuesto CFRP es muy superior al aluminio EN AW-7075, por lo que la utilización de estos materiales estaría justificada en aplicaciones muy específicas de pequeño tamaño donde no pueda utilizarse otro material. En nuestra aplicación, debido al gran tamaño de los elementos flexibles desarrollados, el material más adecuado es el aluminio EN AW-7075.

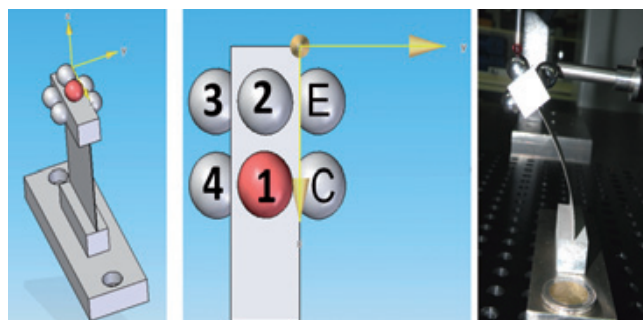


Fig. 7: Disposición de las esferas patrón fijadas al elemento flexible

Cada uno de estos ensayos se ha repetido tres veces para cada uno de los materiales seleccionados en la fabricación del elemento flexible. En primer lugar se ha caracterizado un elemento flexible fabricado en aluminio EN AW-7075. Posteriormente se ha caracterizado un elemento fabricado en acero F-1430, ya que si bien su relación σ_{Plast}/E no es alta (como se analizó en la Tabla 2), este material posee un módulo elástico elevado, por lo que puede ser de interés para ángulos de giro pequeños.

3. RESULTADOS OBTENIDOS

A partir de los ensayos de caracterización descritos en el apartado 2.5, se obtiene la gráfica que se muestra en la fig. 8. En esta gráfica se compara la rotación del centro de la esfera 1 (ver fig. 7) —para los elemento flexibles fabricados utilizando las aleaciones EN AW-7075 y F-1430— con el comportamiento de una rótula ideal, aplicando una fuerza mediante el actuador sobre la esfera C.

Se puede observar que para ángulos menores de 8°, ambos materiales presentan un comportamiento similar. Además, en este rango de giro, la diferencia con respecto al giro efectuado por la rótula esférica es muy pequeña. En el rango de 9° a 20° el acero F-1430 presenta menor error que

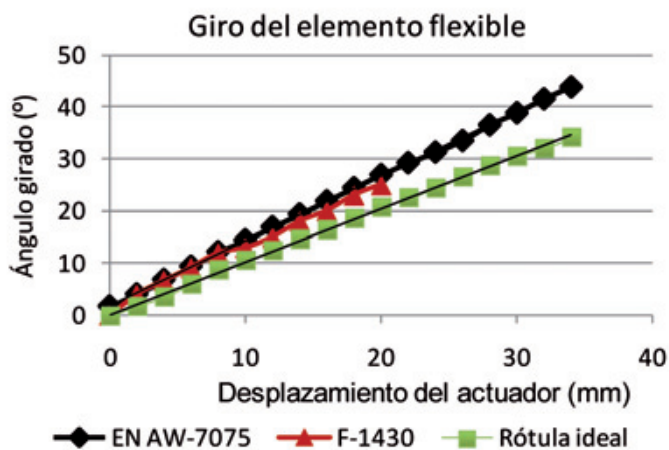


Fig. 8: Ángulo de giro del elemento flexible vs ángulo de giro de una rótula ideal

el aluminio EN AW-7075. Sin embargo, el material F-1430 plastifica para ángulos de giro superiores a 22°, por lo que en aquellas aplicaciones que requieran rotaciones superiores a este valor, debería optarse por la utilización de la aleación EN AW-7075.

El análisis de la trayectoria seguida por el centro de la esfera 1 al aplicar la fuerza mediante el actuador sobre las esferas C y E permite obtener el error parásito, producido por movimientos de torsión no deseados, como la diferencia entre estas dos trayectorias (ver Fig. 9).

Como se puede observar, para ángulos menores de 12° los errores que se obtienen son inferiores a 0.1 mm, por lo que para aplicaciones que requieran elevada precisión se debería trabajar con ángulos inferiores a este valor. En aquellas aplicaciones en las que se trabaje con ángulos de giro de 20°, el error parásito se encuentra en torno a los 0.2 mm. Para ángulos de giro superiores, el error experimenta un mayor crecimiento, por lo que en este caso sería conveniente desarrollar modelos de corrección del centro de giro que permitan predecir con precisión el desplazamiento y la rotación del centro de giro del elemento para corregir el movimiento parásito.

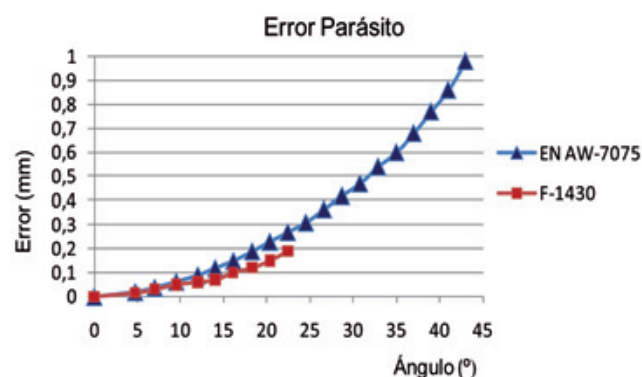


Fig. 9: Error debido a los movimientos parásitos en función del ángulo de giro

4. DISCUSIÓN

En este trabajo se ha analizado el error parásito de un elemento flexible en función del ángulo de giro para dos materiales: EN AW-7075 y F-1430.

Se han estudiado diferentes tipos de uniones flexibles para obtener una articulación que permita realizar los giros de azimut y elevación en un mecanismo paralelo, sustituyendo la rótula universal por un sistema flexible, con el fin de eliminar el juego mecánico y aumentar la precisión del sistema. El análisis realizado permite predecir que el elemento tipo lámina permitirá realizar el giro deseado, frente a otras uniones como la circular y la toroidal. Estos resultados son coherentes con otros estudios especializados [12].

Se ha desarrollado el nuevo modelo cinemático del mecanismo paralelo que incorpora elementos flexibles. Este modelo está basado en el método de D-H, y modeliza las cadenas cinemáticas que contienen elementos flexibles añadiendo matrices de transformación que consideran los errores de giro y traslación de dichos elementos respecto a los sistemas de referencia nominales. El modelo desarrollado es sencillo de obtener y fácilmente generalizable a otros mecanismos paralelos, modelizando cada cadena cinemática (de la plataforma móvil a la base), y considerando el mecanismo como un sistema modular de n cadenas cinemáticas.

Los parámetros geométricos del sistema flexible se han determinado mediante un *software* de simulación basado en el *Método de elementos finitos*, con el fin de obtener un sistema que permita realizar los giros deseados.

Finalmente se ha realizado la caracterización geométrica del elemento flexible mediante experimentación. Esta caracterización proporciona una guía para la selección del material más adecuado en función del rango de trabajo, y permite conocer para una aplicación determinada la magnitud del giro que se podrá efectuar con el elemento flexible en función de la precisión deseada. Se han analizado dos materiales, el aluminio EN AW-7075 (ampliamente utilizado en la fabricación de mecanismos flexibles [11,26]) y el acero F-1430 (utilizado especialmente en la fabricación de muelles). El aluminio EN AW-7075 presenta una relación elevada de σ_{plast}/E y permite realizar grandes giros sin plastificar. El análisis del error parásito del elemento, obtenido para un rango de giro de 0 a 45°, muestra que este elemento presenta un buen comportamiento para ángulos inferiores a 20°. Sin embargo, los resultados obtenidos al analizar el acero F-1430 muestran que en este mismo rango, este material presenta mejor comportamiento. Además, su coste es aproximadamente un 50% inferior. Para ángulos superiores a 20° el error que muestra la aleación EN AW-7075 crece considerablemente, por lo que, en este caso, si se requiere alta precisión, se deberían desarrollar modelos de corrección, para corregir el error del elemento, a partir de la determinación del centro de giro en cada posición y de los movimientos parásitos presentados por el elemento.

Otro de los aspectos a considerar es el tiempo de desarrollo en la utilización de elementos flexibles en

mecanismos paralelos frente a la utilización de rótulas universales de alta precisión. Si bien el desarrollo de modelos de corrección incrementa el tiempo en la obtención de un prototipo de sistema flexible, el ahorro de tiempo en el diseño y fabricación de estos elementos y la precisión que permiten alcanzar les confieren importantes ventajas. Además, la fabricación del sistema flexible, utilizando materiales como los analizados en este trabajo, permite un ahorro considerable en el coste frente a la fabricación de una rótula universal de alta precisión.

La aplicación de este estudio en el campo de la investigación y de la industria es muy amplia, ya que los resultados de este trabajo se pueden aplicar en diseños de equipos de ingeniería de precisión en los cuales el juego mecánico es determinante (como en medición de microgeometrías, plataformas de microposicionamiento para instrumentos de medición mecánicos, ampliación del campo de medida de microscopios de fuerza atómica (AFM) o interferómetros de rayos X), robótica, micromecanizado, microlitografía, nanometrología o cirugía (como en cirugía telorobótica o en laparoscopia).

La metodología desarrollada para la obtención del error de giro es fácilmente generalizable a otras geometrías y materiales utilizados en el diseño de elementos flexibles. El conocimiento previo de estos errores permite predecir el comportamiento del sistema para una aplicación determinada, así como desarrollar modelos de corrección para mejorar la precisión final del mecanismo.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Amat J . "Posibilidades y perspectivas de la robótica en la medicina". DYNA Ingeniería e Industria. Septiembre 1996. Vol.71-6 p. 59-61.
- [2] Hernández-Martínez E, López-Cajún C, Jáuregui-Correa J . "Calibration of Parallel Manipulators and their Application to Machine Tools. A State of the Art Survey Calibración de manipuladores paralelos y su aplicación a las máquinas herramienta. Un Estudio del estado del arte". Ingeniería. Investigación y Tecnología. Junio 2010. Vol.11-2 p. 141-154.
- [3] Aracil R, Salterén R., Sabater JM, Reinoso O . "Robots trepadores de estructura paralela. Aplicación al mantenimiento de palmeras". DYNA Ingeniería e Industria. Febrero 2000. Vol.75-1 p. 55-59.
- [4] Majarena AC, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ . "An overview of kinematic and calibration models using internal/external sensors or constraints to improve the behavior of spatial parallel mechanisms". Sensors. 2010. Vol.10-11 p. 10256-10297. <http://dx.doi.org/10.3390/s101110256> PMID:22163469 PMCID:3230999
- [5] Xu Q, Li Y. Structure improvement of an XY flexure micromanipulator for micro/nano scale manipulation. Proceedings: 17 th International Federation of Automatic Control World Congress: 6-11 July 2008. p. 12733-12738.
- [6] Kang BH, Wen JTY, Dagalakís NG, Gorman JJ . "Analysis and design of parallel mechanisms with flexure joints". Robotics, IEEE Transactions on. 2005. Vol.21-6 p. 1179-1185.
- [7] Cheong J, Chung WK, Youm Y . "Inverse kinematics of multilink flexible robots for high-speed applications". IEEE Trans. Rob. Autom. 2004. Vol.20-2 p. 269-282. <http://dx.doi.org/10.1109/TRA.2004.824653>
- [8] Yao Q, Dong J, Ferreira PM . "Design, analysis, fabrication and testing of a parallel-kinematic micropositioning XY stage". International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2007. Vol.47-6 p. 946-961.
- [9] Tian Y, Shirinzadeh B, Zhang D, Alici G . "Development and dynamic modelling of a flexure-based Scott-Russell mechanism for nano-manipulation". Mechanical Systems and Signal Processing. 2009. Vol.23-3 p. 957-978.
- [10] Xu Q, Li Y . "A novel design of a 3-PRC translational compliant parallel micromanipulator for nanomanipulation". Robotica. 2006. Vol.24-4 p. 527-528.
- [11] Guérinot AE, Magleby SP, Howell LL, Todd RH . "Compliant joint design principles for high compressive load situations". Journal of Mechanical Design. 2005. Vol.127p. 774.
- [12] Lobontiu N, Paine JSN, Garcia E, Goldfarb M . "Corner-filletted flexure hinges". Journal of Mechanical Design. 2001. Vol.123p. 346-352. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1372190>
- [13] Schotborgh WO, Kokkeler FGM, Tragter H, van Houten FJAM . "Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements". Precision Engineering. 2005. Vol.29-1 p. 41-47.
- [14] Smith, S.T. 2000, Flexures: elements of elastic mechanisms, CRC, USA.
- [15] Smith, S.T. & Chetwynd, D.G. 1992, Foundations of ultraprecision mechanism design, Gordon and Breach, UK.
- [16] Pham HH, Chen IM. Kinematics, workspace and static analyses of 2-DOF flexure parallel mechanism. Proceedings of the 7th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision: IEEE, 2-5 Dec 2002. p. 968.
- [17] De Bona F, Munteanu MG . "Optimized flexural hinges for compliant micromechanisms". Analog Integrated Circuits and Signal Processing. 2005. Vol.44-2 p. 163-174.
- [18] Pham P, Regamey Y, Fracheboud M, Clavel R. Orion MinAngle: A flexure-based, double-tilting parallel kinematics for ultra-high precision applications requiring high angles of rotation. International Symposium on Robotics: unknown, 2005. p. 113-119.
- [19] Hesselbach J, Raatz A, Wrege J, Soetebier S. Design and analysis of a macro parallel robot with flexure hinges for micro assembly tasks. Proc. of 35th International Symposium on Robotics (ISR): 23-26 March, 2004. p. 23.
- [20] Paros JM, Weisbord L . "How to design Flexure hinges". Machine Design. 1965. Vol.27p. 151-157.
- [21] Yong YK, Lu TF, Handley DC . "Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulations". Precision Engineering. 2008. Vol.32-2 p. 63-70.
- [22] Majarena AC, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ . "Spatial resolution-based kinematic design of a parallel positioning platform". The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2011. Vol.53p. 1149-1165. <http://dx.doi.org/10.1007/s00170-010-2878-x>
- [23] Denavit J, Hartenberg RS . "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices". Trans. ASME J. Appl. Mech. 1955. Vol.22-1 p. 215-221.
- [24] Kim WK, Byun YK, Cho HS . "Closed-form forward-position solution for a 6-DoF 3-PPSP parallel mechanism and its implementation". International Journal of Robotics Research. 2001. Vol.20-1 p. 85-99. <http://dx.doi.org/10.1177/02783640122067282>
- [25] Slocum, A.H. 1992, Precision machine design, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [26] Pernette E, Henein S, Magnani I, Clavel R . "Design of parallel robots in microrobotics". Robotica. 1997. Vol.15-4 p. 417-420.