Mejora del tráfico ferroviario mediante programación lineal entera.

Gestión de sistemas ferroviarios densos mediante el desarrollo y la aplicación de modelos de optimización

Álvaro García-Sánchez* Dr. Ingeniero
Miguel Ortega-Mier* Dr. Ingeniero
Natalia Ibáñez-Herrero* Ingeniera en Organización Industrial
Aitor Goti-Elordi** Dr. Ingeniero

* Universidad Politécnica de Madrid. ETSII, Dpto. de Ingeniería de Organización, Administración de Empresas y Estadística. Calle José Gutierrez Abascal, 2 – 28006 Madrid. Tfno: +34 913 363206. alvaro.garcia@upm.es

** Universidad de Mondragón. Escuela Politécnica Superior de Mondragón. Dpto. Mecánica y Producción Industrial. Calle Loramendi, 4 – 20500 Mondragón. Tfno: +34 943 794700. agoti@eps.mondragon.edu

Recibido: 12/01/2011 • Aceptado: 09/05/2011

Improvement of railway system traffic using integer linear programming.

Management of dense railway systems through the development and application of optimization models

ABSTRACT

- Managing railway systems poses problems with different scope. One of these problems consists in determining the number of transport units that are needed to attend a set of trips, defined by their corresponding origins and destinations and their departure and arrival times. Alternatively, it may be of interest to determine how to use a pool of transport units to meet that demand in the most efficient manner. This paper presents an Integer Linear Programming model for addressing both problems. In particular, a case study is described, corresponding to the C5 line, in the commuting railway system of the region of Madrid.
- Keywords: Optimization, Scheduling, Railway Systems.

RESUMEN

La gestión de los sistemas ferroviarios plantea problemas de diferente alcance. Uno de ellos se refiere a la determinación del número de unidades de transporte necesarias para atender un conjunto de trayectos, definidos por sus respectivos orígenes y destinos y por las horas de partida y de llegada. Alternativamente, puede resultar interesante determinar cómo gestionar un determinado conjunto de unidades de transporte para atender dicha demanda haciendo el uso más eficiente de aquellas. En este artículo se presenta un modelo de Programación Lineal Entera para atender estos problemas. En particular, se describe un caso de estudio correspondiente a una de las líneas de la red de Cercanías de la región de Madrid.

Palabras clave: Optimización, Programación Lineal Entera, Secuenciación, Sistemas ferroviarios.

1. INTRODUCCIÓN

Gran cantidad de la actividad económica está ligada a la utilización de sistemas ferroviarios, tanto de mercancías como de pasajeros, y tanto en largas como en cortas distancias.

Actualmente, el desplazamiento de pasajeros ha crecido de forma continuada en España a lo largo de los años pasados y está previsto que esta tendencia continúe. Teniendo en cuenta que algunos de los sistemas de transporte se están utilizando al límite de su capacidad, este crecimiento supone un importante reto para las partes implicadas, tales como gestores de infraestructuras y operadores de transporte de pasajeros.

Por ello, es de gran interés que estos sistemas estén gestionados de forma eficaz y eficiente. Existe una gran gama de problemas relacionados con la gestión ferroviaria que pueden ser abordados mediante la utilización de modelos con los que poder mejorar la gestión de estos sistemas.

En concreto, el problema que se describe en este artículo trata el problema de gestión del material rodante en sistemas ferroviarios densos en un contexto metropolitano.

El problema de la gestión del material rodante en redes ferroviarias densas trata de la asignación de un conjunto de unidades de transporte a unos servicios planificados con anterioridad. Una unidad de transporte (en adelante, UT) es la unidad mínima de material rodante a partir de la cual se pueden componer trenes. El problema consiste en determinar el número de UTs que deben asignarse a cada trayecto para que la operación del sistema sea óptima. En la medida en que el problema esté mejor resuelto, los sistemas serán más eficaces y eficientes y se podrá ofrecer un mejor servicio con el mismo coste o el mismo servicio con un coste menor.

Este problema es de especial relevancia para los operadores ferroviarios. Desde un punto de vista estratégico, la adquisición del material rodante es costosa y representa una inversión a largo plazo. Por otro lado, los costes de operación suelen ser relevantes y se encuentran directamente relacionados con el número de kilómetros realizados por el material rodante.

Para poder obtener una mejor adaptación entre el material rodante y la demanda, es posible cambiar la composición de los trenes en determinadas estaciones añadiendo o quitando UTs de los mismos.

El trabajo que se presenta en este artículo se puede aplicar a un conjunto amplio de sistemas. En particular, los modelos desarrollados se han aplicado en la línea C5 de cercanías de Madrid, lo cual ha permitido evaluar la validez y utilidad de los mismos, con resultados satisfactorios.

En la literatura se pueden encontrar gran cantidad de artículos que tratan problemas relativos a la gestión de sistemas ferroviarios densos. Existen dos grandes enfoques en la literatura para abordar problemas de naturaleza similar al que se presenta a continuación: los basados en la optimización y los basados en la simulación.

Los modelos de optimización son normativos y ofrecen, por la propia naturaleza del enfoque, soluciones óptimas o buenas, ya que la optimización va ligada a una función objetivo y a algún tipo de algoritmo de búsqueda de buenas soluciones o, incluso, de la solución óptima (o las soluciones óptimas, si hubiera varias). Cuanto más operativa sea la naturaleza del problema estudiado mediante optimización, los modelos correspondientes necesarios para abordar el problema mediante este enfoque exigen un mayor nivel de detalle y la eficiencia del algoritmo de búsqueda disminuye hasta el punto de poder darse el caso de que el problema no se puede abordar mediante este método.

Los modelos de simulación permiten representar los sistemas estudiados con mayor detalle, pero, como

LA PROGRAMACIÓN LINEAL

La Programación Lineal es una disciplina dentro del campo de la optimización consistente en la búsqueda de un conjunto de valores para unas variables que cumplen un conjunto de ecuaciones, llamadas restricciones, y que ofrecen el mayor o el menor valor posible para una función, llamada función objetivo, con la particularidad de que tanto las restricciones como la función objetivo son combinación lineal de las variables. A continuación se presenta un ejemplo sencillo a modo de ilustración.

Una empresa fabrica bicicletas y triciclos. Con la venta de una bicicleta se obtiene un beneficio de 10 unidades monetarias (um) y con la de un triciclo 5 um. Como es natural, cada bicicleta necesita dos ruedas y cada triciclo de tres. Tanto las bicicletas como los triciclos necesitan el mismo tipo de manillar. Si la empresa dispone de semanalmente de 100 ruedas y de 30 manillares, ¿cuál es el plan de producción que le reporta un mayor beneficio?

Si se define x1 como el número de bicicletas producidas semanalmente y x2 el de triciclos, el beneficio se puede computar como $10x1 + 5x2$. Por otro lado, el consumo de ruedas sería $2x1 + 3x2$ y no puede superar las 100 ruedas disponibles, con lo que debería cumplirse $2x1 + 3x2 \leq 100$. Igualmente, para los manillares deberí cumplirse $x1 + x2 \leq 30$.

Por último, se debe cumplir que $x1 \geq 0$ y que $x2 \geq 0$, porque no tiene sentido producir un número negativo de bicicletas o de triciclos.

$$\text{máx } z = 10x1 + 5x2$$

sujeto a:

$$2x1 + 3x2 \leq 100 \qquad x1 + x2 \leq 30 \qquad x1, x2 \geq 0$$

Este es un ejemplo muy sencillo de modelo de Programación Lineal donde todas las variables son continuas. Se podría imponer que solo se pueden producir números enteros de bicicletas o de triciclos, lo que implicaría definir x1 y x1 como variables enteras no negativas. Los problemas en los que las variables son enteras se conocen como problemas de Programación Entera o Programación Lineal Entera. Si existen variables de ambos tipos, se habla de Programación Entera Mixta o Programación Lineal Entera Mixta. Por último si las variables, además de ser enteras, deben ser binarias, se habla de Programación Binaria y de Programación Binaria Mixta, según haya únicamente o no variables binarias.

Existen técnicas específicas para cada uno de los problemas. En particular, la imposición de que algunas variables sean enteras incrementa la complejidad del problema y exige la utilización de técnicas de resolución específicas. En ocasiones, las técnicas generales para estos problemas no son eficaces (no permite obtener la solución óptima) o no son eficientes (no permiten obtener el óptimo en un tiempo suficientemente reducido como para que la información sea útil). Cuando ocurre esto es necesario utilizar técnicas específicas o emplear enfoques diferentes al de la Programación Lineal.

contrapartida, no son modelos normativos sino descriptivos, es decir, ofrecen al decisor el comportamiento esperado del sistema pero no ofrecen la mejor solución. El decisor debe hacer uso del modelo para experimentar y, con él, tomar decisiones.

Las decisiones estratégicas requieren un menor nivel de detalle, con lo que la optimización es una técnica muy adecuada. Por su parte, resulta más apropiado el uso de la simulación para el tratamiento de las decisiones operativas que entrañan un gran nivel de detalle (hasta operaciones de frenado, por ejemplo).

El nivel de detalle necesario para tratar este problema, como se comenta más adelante, permite abordarlo mediante un modelo suficientemente simple, por un lado, y con el suficiente detalle, por el otro, como para representar al sistema real pero bajo la asunción de una serie de hipótesis. Las decisiones involucradas se encuentran entre las de tipo operativo y las de tipo estratégico. A continuación se presentan los trabajos más relevantes relacionados con el problema que se presenta más adelante.

En particular, Schrijver (1993) minimizan el número de unidades de tren que deben ser empleadas en una línea para impedir que los pasajeros se queden de pie. Solo se considera un tipo de tren. La única restricción es disponer de los vehículos necesarios en el lugar y el momento que se necesitan.

Brucker y otros (1998) enrutan los vagones en la red conocido el horario, se centran en el reposicionado de los vagones de una estación a la siguiente. Cordeau y otros (2000) se plantean la asignación táctica y periódica de máquinas y vagones para satisfacer el horario con el mínimo coste operacional, para lo que utilizan descomposición de Benders. Posteriormente extienden el modelo anterior incluyendo las restricciones necesarias en la aplicación como es el mantenimiento, las penalizaciones por dividir o componer los trenes, etc. Lingaya y otros (2002) utilizando el modelo anterior se plantean el problema de VIA Rail en Canada, incluyen en el modelo los pasajeros esperados, permitiendo el acoplamiento y desacoplamiento de los vagones, para lo que tiene en cuenta el orden de los mismos en el tren, utilizan descomposición de Dantzig-Wolfe.

Alfieri y otros (2002) se plantean el problema en una sola línea y día. Peeters y Kroon (2003) minimizan los costes y la capacidad disponible, teniendo en cuenta el número de cambios en la composición de los trenes. Fiole y otros (2008) además consideran la combinación y división de los trenes. Emplean relajación lineal para poder resolver el modelo a través del paquete de optimización basado en Programación Lineal con CPLEX. Brucker y otros (2003) se plantean el reenrutamiento de la flota a partir de una solución de no factibilidad como consecuencia del tamaño y composición de la misma, para lo que se plantean la concordancia entre el número del material requerido y del disponible. El modelo es resuelto con ayuda de recocido simulado.

Este documento está organizado de la siguiente manera. En el epígrafe 2, se comienza describiendo el problema para, posteriormente, en el epígrafe 3, presentar el modelo lineal que lo representa. En el epígrafe 4, se detallan aspectos relativos a la implementación del modelo. Seguidamente, en el epígrafe 5, se aborda la aplicación al caso concreto de la línea C5 de cercanías Renfe de Madrid, presentando algunos de los resultados obtenidos. Por último, se termina con las principales conclusiones del trabajo desarrollado y se citan posibles continuaciones del mismo.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección se presentan en primer lugar las principales características del sistema que son relevantes para problema tratado. Posteriormente, se describen las decisiones que es necesario tomar para, a continuación, evaluar los criterios que se proponen para determinar cómo de buena es una solución. Por último, se propone una representación gráfica del problema que resulta especialmente útil para comprender el problema y formularlo en términos analíticos.

2.1. OPERACIÓN DEL SISTEMA

El problema abordado en este artículo se refiere a una línea de ferrocarril formada por distintas estaciones que están conectadas entre sí. El problema consiste en determinar el número de UTs que debe formar cada uno de los trenes de manera que se atienda la demanda y se optimice algún aspecto relevante para el rendimiento del sistema.

2.1.1. Decisión

Se define un servicio como un viaje con salida desde una estación origen en un cierto instante y que llega a una estación destino después de algún tiempo de recorrido. A cada servicio se le asigna un conjunto de material rodante (una UT, dos UTs, etc.) cuya composición no cambia a lo largo de todo el trayecto correspondiente a ese servicio.

Aunque la programación de horarios cíclicos se caracteriza por una cierta simetría en los servicios realizados, los desequilibrios en el movimiento de trenes hacen que se produzca una deslocalización del material rodante. Esto es producido a causa de las diferencias en la demanda en función del momento del día.

Para dar respuesta a este problema es necesario introducir una serie de trenes denominados trenes sin servicio. Gracias a los movimientos de este tipo de trenes se consigue tener el material rodante necesario en cada momento preparado para su puesta en marcha.

Por otro lado, también puede ser necesario el movimiento de trenes sin servicio en los casos en los que las capacidades de almacenamiento de las estaciones, principalmente durante el día, sean demasiado pequeñas como para almacenar los trenes que terminen sus servicios en ellas.

Sin la incorporación de los trenes sin servicio no sería posible obtener, con unos recursos limitados, soluciones factibles para la gran generalidad de las planificaciones de horarios necesarias en redes ferroviarias densas.

2.1.2. Restricciones

Desde el punto de vista de la modelización del problema, sólo serán importantes aquellas estaciones donde se puedan tomar decisiones acerca del material rodante, es decir, aquellas en las que se pueda modificar la composición de los trenes o aquellas en las que se puedan almacenar vagones.

Es necesario conocer la demanda de un servicio para poder asignar un determinado número de UTs al mismo y que la demanda no quede insatisfecha o el sistema sea ineficiente. Sin embargo, sólo será útil la demanda correspondiente al arco de flujo máximo puesto que la composición de los trenes no varía a lo largo de un mismo servicio.

Se admite que el material rodante que se utiliza en esa línea se mantiene constante a lo largo de un mismo día.

2.1.3. Funciones Objetivo: Criterios de decisión

La determinación de la composición (número de UTs) de cada uno de los servicios, así como la de los trenes que se desplazan en vacío (sin prestar servicio), puede atender a dos posibles criterios para evaluar la bondad de las soluciones y que, en términos del modelo lineal, dan lugar a dos funciones objetivos diferentes.

Minimizar el número de UTs empleadas para cubrir la demanda. Este criterio es pertinente en decisiones relativas al dimensionamiento del parque móvil necesario para atender la demanda de una línea. Dados unos servicios que hay que atender, cuanto menor sea la inversión en UTs tanto más eficiente será el sistema.

Minimizar el número de kilómetros recorridos por las UTs que circulan por el sistema. Este segundo criterio es relevante cuando, dado que se dispone de un conjunto de UTs, conviene emplearlas de manera que los costes operativos asociados sean lo menor posible. Un índice que da cuenta de dichos costes operativos es la utilización que se hace del material rodante, es decir, el número de kilómetros que recorre dicho material rodante.

2.2. SELECCIÓN DEL ENFOQUE

Para abordar el problema propuesto, se adoptó un enfoque basado en la construcción de un modelo de Programación Lineal Entera con ayuda de un modelador (AIMMS) y la posterior resolución mediante un software general (CPLEX).

La Programación Lineal Entera resultó ser un enfoque adecuado. En efecto, fue posible formular un modelo lineal que ofrecía una representación formal correcta del problema con el nivel de detalle adecuado. Adicionalmente, los métodos de resolución de carácter general permitían resolver problemas de forma eficaz y eficiente, con lo que disponer de la solución óptima a cada problema resultaba poco costo en términos computacionales.

Por último, el uso de AIMMS como modelador facilitó enormemente el tratamiento de los datos de entrada al modelo y, sobre todo, la construcción de los elementos gráficos con los cuales representar las soluciones obtenidas.

2.3. GRAFO ASOCIADO AL PROBLEMA

El problema de gestión del material rodante puede representarse en términos de un grafo como el de la Figura 1.

Este gráfico está formado por tantas circunferencias como estaciones en las que es posible modificar la composición de los trenes o donde es posible almacenar UTs, si no en cualquier momento, sí al menos durante ciertos períodos del horizonte de tiempo considerado.

En cada circunferencia, hay un conjunto de nodos que representan todos aquellos eventos en los que ocurre algo, es decir, aquellos instantes en los que se producen salidas o llegadas de trenes a la estación correspondiente. El tiempo avanza en sentido horario ($t_1 < t_2$, por ejemplo) y en cada circunferencia se representan todos los eventos correspondientes a cada estación que tienen lugar en las 24 horas del día.

Un evento se caracteriza por una estación y un instante en el que se produce la salida o la llegada de un tren. Por ejemplo, el evento (E_3,t_2), en la Figura 1, corresponde a un instante en el que un tren llega a la estación E_3 proveniente de E_4 en el instante t_2.

Estos eventos están conectados por arcos que pueden ser de dos tipos:

- Arcos que conectan dos eventos consecutivos de una misma circunferencia.

Los flujos asociados a estos arcos representan el número de UTs que permanecen en esa estación durante el período de tiempo transcurrido entre los dos instantes correspondientes a los dos eventos que forman el arco. Es decir, son UTs que quedan almacenadas. Un ejemplo de este tipo de arco es el que une los eventos (E_1, t_3)-(E_1,t_4). El valor asociado a este arco representa el número de UTs que han permanecido en la estación E_1 entre los instantes t_3 y t_4.

Dentro de este tipo de arcos, existe un conjunto de arcos especiales que son los que conectan el último evento del día de cada estación con el primer evento del día siguiente de esa misma estación. Este es el caso del arco que une el último evento del día de la estación E_1 con el primer evento del día de la misma, (E_1,t_5)-(E_1,t_1) y representa el número de UTs que permanecen durante la noche en la estación E_3.

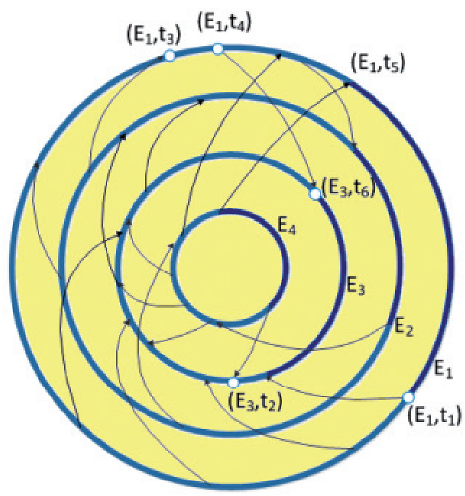

Figura 1: Representación grafica del problema de gestión del material rodante

Haciendo uso de estos arcos resulta sencillo calcular el número total de UTs de una solución particular. El material rodante se mantiene constante a lo largo del día. Por ello, el número de UTs necesarias para satisfacer un conjunto de servicios es igual al número de UTs que se encuentran almacenadas en el conjunto de todas las estaciones al final de la jornada (momento en el que ningún tren está en circulación). Es decir, el número de UTs utilizadas es igual a la suma de los flujos de los arcos nocturnos.

- Arcos que conectan los eventos entre diferentes circunferencias.

Este otro tipo de arcos está asociado al desplazamiento de UTs entre dos estaciones. El flujo de cada uno de estos arcos representa el número de UTs que salen de una estación en un instante determinado y llegan a otra algún tiempo después. El arco que une los eventos (E_1,t_4)-(E_3,t_6) representa el número de UTs que parten de la estación E_1 en el instante t_4 y llegan a la estación E_3 en el instante t_6.

Debe conservarse el flujo de UTs en cada nodo o evento. Por ejemplo, el número de UTs que permanecieron almacenadas en E_1 entre los instantes t_3 y t_4 es igual a los que permanecen tras t_4 en dicha estación más los que parten hacia E_3 en t_4. Además, la naturaleza circular del grafo automáticamente impone la condición de que el número de UTs del sistema se mantiene constante a lo largo de un mismo día.

3. FORMULACIÓN DEL MODELO

A continuación, se presenta el modelo lineal que permite representar el problema descrito.

3.1. CONJUNTOS

$S(s)$: Conjunto de estaciones

$T(t)$: Conjunto de instantes

$E(e)$: Conjunto de eventos $E(e) \subset S(s) \times T(t)$, donde un evento se define por una estación y un instante determinado en el cual llega o sale un tren.

Un arco es la unión de dos eventos. Hay cuatro tipos de arcos:

$A^P(a)$: Conjunto de arcos de trenes con servicio o trenes de pasajeros, que salen en un evento $e \in E$ y llegan en otro $e' \in E$, perteneciendo ambos eventos a estaciones distintas y produciéndose en instantes diferentes.

$A^{M}(a)$: Conjunto de arcos de trenes de no movimiento correspondientes a los trenes que se almacenan entre dos eventos $e \in E$ y $e' \in E$, donde ambos eventos comparten la misma estación y pertenecen a dos eventos consecutivos de la misma.

$A^E(a)$: Conjunto de arcos de trenes sin servicio (vacíos), que salen en un evento $e \in E$ y llegan en otro $e' \in E$, perteneciendo ambos eventos a estaciones distintas.

A^O : Conjunto de arcos nocturnos, que unen el último evento del día de una estación $s \in S$ con el primer evento del día de la estación del mismo. Hay que fijarse en que $A^O \subset A^{M}$, es decir, A^O contiene los arcos de no movimiento correspondientes a la transición entre un día y el siguiente.

$A(a)$: Conjunto de arcos, $A = A^P \cup A^{M} \cup A^E$.

$\delta^+(e)$: Conjunto de arcos que tiene por extremo el evento e.

$\delta^-(e)$: Conjunto de arcos que tiene por origen el evento e.

3.2. PARÁMETROS

$Dem(a)$: Máxima demanda (en número de pasajeros) del arco $a \in A^P$.

Cap_{U} : Capacidad (en número de pasajeros) de una UT.

$CapEstacion_a$: Capacidad de almacenamiento de una estación (en número de UTs) definido sobre el conjunto de arcos de no movimiento $a \in A^{M}$.

$Max(a)$: Máximo número de unidades que puede formar un tren con servicio o sin servicio de un arco $a \in A^P \cup A^E$.

D(a) : Distancia física correspondiente a un arco $a \in A$ y que es recorrida por una UT. Esta distancia es la existente entre las dos estaciones de ese arco. Conviene notar las siguientes propiedades:

$$D(a) = 0, \forall a \in A^{M} \cup A^E \quad (1)$$

$$D(a) = D(a) \ \forall a \in A^P \quad (2)$$

3.3. VARIABLES

$f(a)$: Número de UTs que se mueven por el arco $a \in A$. Dependiendo del tipo de arco, puede representar el número de UTs de un servicio, el número de UTs de un tren vacío o el número de UTs que permanecen en una estación entre dos instantes. $f(a) \in \mathbb{Z}^+$

3.4. RESTRICCIONES

Un tren no puede estar formado por más de un número determinado de UTs:

$$f(a) \leq Max(a) \ \forall a \in A^P, \forall a \in A^E \quad (3)$$

La demanda máxima debe ser satisfecha para todos arcos con servicio:

$$f(a) \cdot CAP_{U} \geq Dem(a) \ \forall a \in A^P \quad (4)$$

Los trenes almacenados en una estación no pueden superar la capacidad de cada estación.

$$f(a) \leq CapEstacion_a, \forall a \in A^{NM} \quad (5)$$

Se debe cumplir la conservación de UTs en cada nodo. Como no se admite que llegue un tren en el mismo instante en el que sale otro de dicha estación, esto se traduce en una de las dos condiciones siguientes. El número de UTs que había en una estación inmediatamente antes de un determinado instante más las que llegan en ese instante es igual al número de las que permanecen después de ese instante. Alternativamente, el número de UTs que hay en una estación inmediatamente antes de un instante es igual al número de UTs que salen en ese instante más los que permanecen en la estación inmediatamente después de dicho instante. Con carácter general y, en términos lineales esto se impone mediante la restricción correspondiente a la Ecuación 6:

$$\sum_{a \in d^{+}(e)} f(a) = \sum_{a \in d^{-}(e)} f(a) \; \forall n, \forall e \in E \qquad (6)$$

3.5. FUNCIONES OBJETIVO

Como se ha citado en apartados anteriores, es posible considerar varias funciones objetivo, una referida al conjunto de UTs y otra a la distancia recorrida por las UTs disponibles.

3.5.1. Número de unidades

Una posible función objetivo (fo_1) sería minimizar el número de UTs correspondientes a los arcos nocturnos. Resulta computacionalmente sencillo calcular el número total de UTs de esta manera puesto que el material rodante se mantiene constante a lo largo del día y durante la noche los trenes se encuentran únicamente almacenados en los depósitos ($f(a)\; a \in A^{O}$).

$$\min \sum_{a \in A^{o}} f(a) \qquad (7)$$

3.5.2. Distancia recorrida por las unidades

Alternativamente, la función objetivo puede consistir en minimizarse los kilómetros recorridos por las UTs (fo_2), tal y como queda descrito en la restricción 8, donde cada término de la suma es la distancia recorrida por una UT a lo largo de un arco a$\in A^{P} \cup A^{E}$.

$$\min \sum_{a \in A^{P} \cup A^{E}} D(a) \cdot f(a) \qquad (8)$$

4. IMPLEMENTACIÓN

El modelo ha sido desarrollado usando AIMMS 3.8 (Bisschop y Roel, 1999) y resuelto con CPLEX 11.1 (ILOG, 2006) con un procesador Intel Core 2 Duo 6320 1.86 GHz, memoria RAM de 2Gb que se ejecuta con Windows XP.

La Figura 2 muestra las interacciones entre los distintos elementos externos necesarios y el propio modelo.

Es necesario alimentar el modelo anterior con datos de entrada relativos a la configuración de la línea objeto de estudio, así como, a los horarios programados que han sido proporcionados por Renfe.

Figura 2: Implementación del modelo: interrelación entre los distintos elementos

La lectura e introducción de dichos datos se realiza a través de bases de datos. Se han utilizado bases de datos de dos tipos: bases de datos estáticas o archivos de texto y bases de datos dinámicas construidas con Microsoft Access, utilizando de esa manera de forma directa la información en el mismo formato que utiliza el gestor ferroviario.

El resultado del problema de gestión del material rodante puede representarse en términos de un gráfico como el representado en la Figura 3.

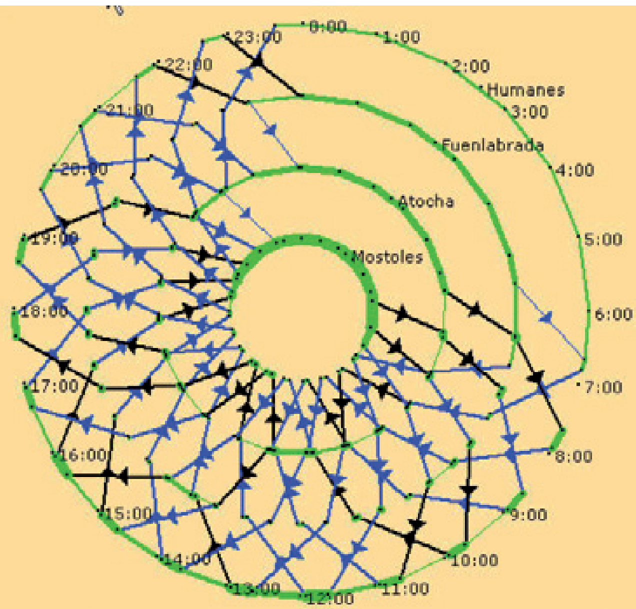

Figura 3: Grafo del problema de gestión del material rodante en AIMMS

AIMMS es un software para el desarrollo de modelos de optimización que incorpora la posibilidad de desarrollar interfaces gráficas con las cuales representar diferentes aspectos de un problema. Esto ha permitido desarrollar una página de resultados con las que mostrar de forma gráfica los resultados obtenidos y que, además, es muy parecida a la que emplean los gestores de Renfe Cercanías.

5. RESULTADOS DEL CASO DE ESTUDIO: LÍNEA C5

El modelo anterior se puede aplicar a cualquier sistema o subsistema que funcione como el descrito. Este es el caso de la línea C5 de cercanías Renfe de Madrid. A continuación, se presentan las principales características de la citada línea y se muestran algunos de los resultados obtenidos.

5.1. DESCRIPCIÓN DE LA LÍNEA C5

La línea C5 consta de 23 estaciones. Las estaciones en las que se pueden acoplar y desacoplar los trenes son: Fuenlabrada, Humanes y Móstoles el Soto. Además, también permiten el almacenamiento de UTs tanto por la noche como por el día.

En la estación de Madrid-Atocha no se pueden acoplar o desacoplar UTs a pesar de ser una de las estaciones más concurridas del sistema. Sin embargo, si está permitido el almacenamiento de éstas, pero sólo durante la noche.

Esta línea no comparte el material rodante con ninguna otra del sistema, es decir, que se puede considerar que éste se mantiene constante a lo largo del día.

El tipo de tren utilizado en la línea C5 es el modelo 446. La línea C5 presenta la opción de que éste tipo de tren circule en sencillo (una UT) o en doble (dos UTs).

La Figura 4 ofrece un esquema simplificado de la línea C5, objeto de estudio.

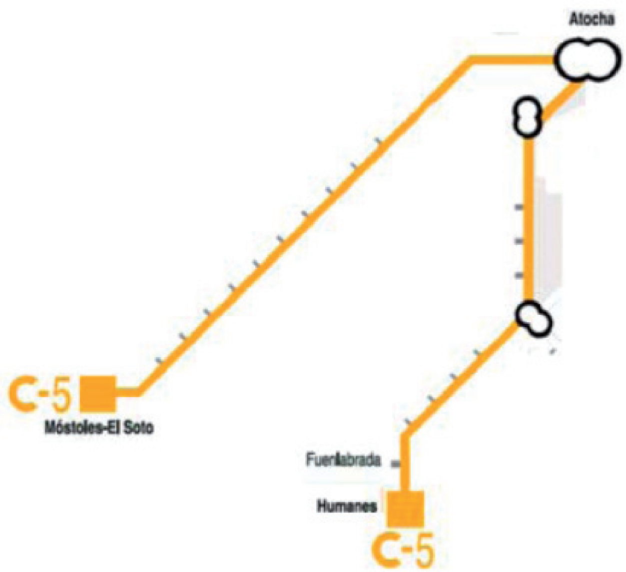

Figura 4: Estructura simplificada de la línea C5 de cercanías de Madrid

La demanda de la línea se conoce en todo momento. Debido a que la composición de los trenes no se puede modificar en estaciones intermedias, no resulta relevante conocer el flujo entre todas las estaciones consecutivas, sino que solamente se requiere conocer el arco de flujo máximo para cada servicio.

5.2. RESULTADOS COMPUTACIONALES

El modelo se alimenta con:

- los datos de entrada relativos a la configuración de la línea C5 (capacidad de almacenamiento de las estaciones, distancia entre estaciones consecutivas, etc.).
- y con los horarios comerciales programados para un día en concreto. La programación de los servicios de la línea C5 de ese día (proporcionados por Renfe Cercanías) utilizada consta de 344 servicios de los cuales 17 corresponden a trenes sin pasajeros y el resto a trenes de pasajeros.

La instancia correspondiente está formada por 1305 restricciones y 995 variables, todas ellas enteras. Los tiempos de ejecución son reducidos y muy semejantes para las distintas funciones objetivo. Se encuentran en el rango de las décimas de segundo.

5.2.1. Análisis Monocriterio

La Tabla 1 presenta los resultados obtenidos, en cuanto a número de UTs necesarias y kilómetros recorridos tras la resolución del modelo con las dos funciones objetivo propuestas.

Como se puede observar en la tabla, la solución óptima para la función objetivo que minimiza el número de UTs es de 61 UTs necesarias y 48.453 kilómetros recorridos. Al minimizar los kilómetros recorridos por las UTs, se necesitan 63 UTs que recorren 36.899 kilómetros.

Función objetivo	nº UTs	nº km
Minimizar nº UTs (fo_1)	61	48453
Minimizar nº km (fo_2)	63	36899

Tabla 1: Resultados del modelo de gestión del material rodante

A la vista de los resultados obtenidos, será función de cada gestor seleccionar el criterio adecuado para su sistema. Atendiendo a costes operativos, el material rodante debe realizar al menos 36899 km. Si se atiende a los costes relativos a la inversión en material rodante, serán necesarias al menos 61 UTs.

Sin embargo, ambos criterios se encuentran relacionados y no son independientes. En efecto, al tratar de minimizar el número de UTs sin prestar atención al número de kilómetros realizados se obtiene un valor de 61 UTs, que recorren 48453 kilómetros. Al contrario, cuando se atiende exclusivamente al número de kilómetros de forma independiente, el resultado arroja un número mayor de UTs.

La lógica subyacente con este análisis monocriterio apunta que, si se dispone de menos UTs, tal vez sería necesario realizar un mayor número de desplazamientos. Es decir, realizar una menor inversión en material rodante supone un incremento de los costes operativos.

5.2.1. Análisis Bi-criterio

En el apartado anterior se han presentado la resolución del problema atendiendo por separado a cada uno de los dos criterios y se ha comentado brevemente la relación entre ambos. En este apartado, se presenta una forma rigurosa de abordar el tratamiento conjunto de los dos criterios y se aplica al caso de estudio presentado. El objeto último es conseguir soluciones no dominadas, es decir, la llamada curva de Pareto, que contiene el conjunto de soluciones no dominadas y de entre las cuales el decisor puede elegir.

El procedimiento consiste, básicamente, en la obtención de dos soluciones extremas no dominadas y, después, todas las soluciones o algunas de ellas (según el caso) ubicadas entre ambas. A continuación se presenta esto con detalle.

1. Resolver con el problema minimizando la función objetivo $fo_1 + \alpha\, fo_2$, con α suficientemente pequeño.

Al resolver este problema se obtiene en mínimo número de UTs que permite atender la demanda y, además, el mínimo número de kilómetros que deben recorrer dicho número de UTs, que el en gráfico de la Figura 5 corresponde al punto P_1. Es decir, se obtienen de forma jerárquica, el número mínimo de UTs y para ese número el mínimo número de kilómetros.

2. Resolver con el problema minimizando la función objetivo $fo_2 + \alpha' fo_1$ con α' suficientemente pequeño.

Simétricamente, al resolver este problema, se obtiene el mínimo número de kilómetros que se deben realizar para atender la demanda. Para ese número de kilómetros, se obtiene el mínimo número de UTs que permite realizarlo.

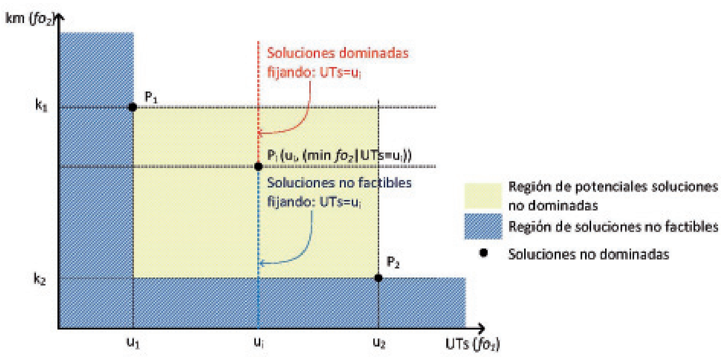

Figura 5: Curva de Pareto

Con las soluciones anteriores, se obtienen dos soluciones extremas, P_1 y P_2, y se dispone de la siguiente información.

- No es posible atender la demanda sin realizar menos de k_2 kilómetros y sin disponer de menos de u_1 UTs, lo cual determina la región de soluciones no factibles del problema.
- Para cualquier solución que implique realizar más de k_1 kilómetros existe otra en la que se pueden hacer menos kilómetros con el mismo número de UTs.
- Para cualquier solución que exija disponer de más de u_2 UTs es posible encontrar otra en la que utilizan menos UTs realizando el mismo número de kilómetros.
- Es decir, los puntos P_1 y P_2 permiten definir una región de soluciones no dominadas.

3. Obtención del resto de soluciones no dominadas.

Para cualquier valor de UTs, u_i, entre u_1 y u_2, podemos obtener una solución no dominada resolviendo el problema consistente en minimizar la función objetivo fo_2 fijando el número de UTs en u_i. Alternativamente, para cualquier valor de kilómetros entre k_i, entre k_1 y k_2, podemos obtener una solución no dominada resolviendo el problema consistente en minimizar la función objetivo fo_1 fijando el número de kilómetros en k_i.

Si los valores de u_1 y u_2 son relativamente parecidos, puede tener sentido obtener todas las soluciones, que serán pocas, y ofrecérselas al decisor para que elija (ponderando explícita o implícitamente) los dos criterios.

Si los valores de u_1 y u_2 son muy diferentes, la evaluación de todas las soluciones tiene menos sentido. En este caso se podrían ofrecer diferentes valores intermedios para orientar la búsqueda hacia una zona de la región de soluciones no dominadas y evaluar esa zona de forma exhaustiva. Alternativamente, se podría solicitar al decisor el valor de ponderación para cada función objetivo y resolver el problema correspondiente.

Al analizar el caso de la C5 de Renfe-Cercanías Madrid y tras resolver los problemas correspondientes a los puntos 1 y 2 del procedimiento descrito, se obtienen los valores de la Tabla 2. Se han elegido dos valores de α y α' (diferentes) tales que la función objetivo que queda multiplicado por ese factor es suficientemente pequeña sin dar lugar a inestabilidades numéricas.

Función objetivo	nº UTs	nº km
$fo_1 + \alpha\, fo_2$ ($\alpha = 10^{-6}$)	61	36899
$fo_2 + \alpha' fo_1$ ($\alpha' = 10^{-2}$)	61	36899

Tabla 2: Soluciones de Pareto extremas

Al comparar las soluciones atendiendo a cada criterio por separado con las obtenidas a partir de las dos funciones objetivo ponderadas, se observa que son iguales, solución P*, y que las soluciones obtenidas previamente, atendiendo a los criterios por separado, están dominadas por P*.

En este caso, se obtiene una curva de Pareto degenerada que contienen un solo punto porque simultáneamente se minimizan las funciones objetivo fo_1 y fo_2, tal y como queda representado en la Figura 6.

Para este caso, lo que ocurre es que el mínimo número de UTs para atender la demanda se puede gestionar de forma que el número de kilómetros sea también mínimo. Con carácter general y para garantizar un análisis riguroso, habría que seguir el procedimiento descrito más arriba. En este caso, como se ha discutido, no tiene sentido estudiar valores de UTs diferentes de 61 o de kilómetros recorridos diferentes de 36899.

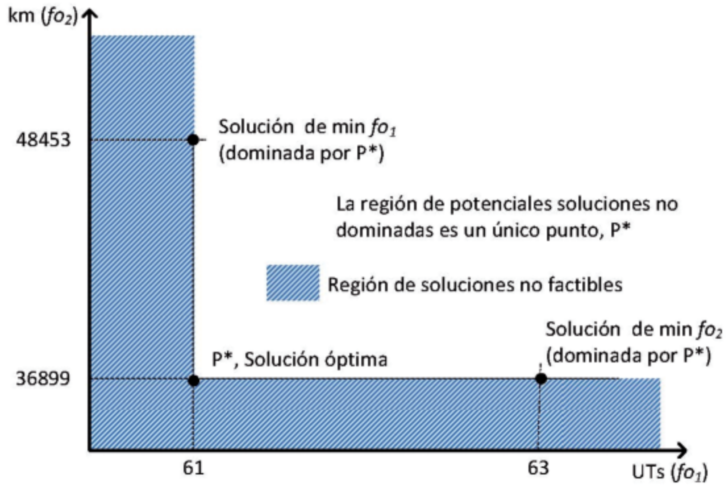

Figura 6: Curva de Pareto degenerada para el caso de estudio

6. DISCUSIÓN DE CONCLUSIONES Y FUTUROS DESARROLLOS

En este artículo se ha presentado un modelo de Programación Lineal Entera de carácter táctico para abordar el problema de gestión del material rodante que se ha aplicado al caso concreto de la línea C5 de cercanías Renfe de Madrid.

El modelo de gestión del material rodante desarrollado representa de manera válida los sistemas ferroviarios densos y en concreto, la línea C5 de cercanías de Madrid y permite conocer la asignación óptima de una flota del material rodante a unos horarios planificados.

A modo de conclusión global, el trabajo realizado ofrece la posibilidad de utilizar la Programación Lineal Entera para representar sistemas complejos, tanto para evaluar comportamientos pasados, como presentes y futuros, resultando un útil instrumento de apoyo en la toma de decisiones.

Además, el trabajo realizado puede servir como partida para desarrollos futuros, como la aplicación a otras líneas con distinta configuración a la de la C5. Otra posibilidad podría ser el desarrollo de modelos que permita no satisfacer la demanda en su totalidad con el objetivo de minimizar los costes de operación. Incluso se podría optar por adoptar otras técnicas de modelado, como por ejemplo, el recocido simulado (descrito en Goti, García, Ortega y Uradnicek, 2010).

Una ampliación potencialmente interesante del trabajo presentado se refiere a la generación de horarios de trenes sin servicio. Se podría incorporar en el procedimiento de decisión la posibilidad de que existan nuevos trenes sin servicio en la programación, diferentes de los inicialmente previstos, de manera que el espacio de soluciones factibles sea más amplio de manera que se pueda reducir el grado de deslocalización del material rodante y se obtengan soluciones mejores a las obtenidas hasta el momento.

7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado bajo el amparo de un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Fomento, titulado “Modelos de optimización aplicados a la planificación robusta y la gestión de los servicios metropolitanos de transporte público en caso de emergencia” (Código: PT-2007-003-08CCPP).

8. BIBLIOGRAFÍA

- Alfieri A, Groot R, Kroon L, Schrijver L. “Efficient circulation of railway Rolling stock”. Transportation Science. 2006. Vol. 40 p.378-391.
- Bisschop J, Roelofs M (2009). “AIMMS 3.8 – The User's Guide”. Haarlem: Paragon Decision Technology BV. p.232. Netherlands.
- Brucker J, Hurink JL, Rolfes T. “Routing of railway cartridges: A case study”. Journal of Global Optimization .2002. Vol.27 p.313-332.
- Cordeau JF, Soumis F, Desrosiers J. “A Benders descomposition approach for the locomotive and car assignment problem”. Transportation Science. Mayo 2000. Vol.34 p.133-149.
- Fioole PJ, Kronn L, Maroti G, Schrijver A. “A rolling stock circulation model for combining and splitting of passenger trains", European Journal of Operation Research. Octubre 2006. Vol.174 p.1281-1297.
- Goti-Elordi A, García-Sánchez Á, Ortega-Mier M, Uradnicek J. “Optimización del punto de pedido: Solución realista a un problema extensamente estudiado, pero pobremente resuelto”. DYNA Ingenieria e Industria. Septiembre 2010. Vol.85-6 p.473-479.
- ILOG CPLEX 11.1 “User's Manual (2006)” ILOG, Inc., Incline Village, Nevada.
- Kroon L, Romeijn HE, Zwaneveld PJ. “Routing trains through railway stations: model formulation and algorithms", Transportation Science. Agosto 1996. Vol.30 p.181-194.
- Lingaya N, Cordeau JF, Desaulniers G, Desrosiers J, Soumis, F. “Operational car assignment at Via Rail Canada”. Transportation Research B. Noviembre 2002. Vol.36 p.755-778.
- Peeters L.W.P., Kroon L G. “Circulation of railway rolling stock: A Branch-and-Price approach”. Computer & Operations Research. Febrero 2008. Vol.35 p. 538-556.
- Schrijver A. “Minimum circulation of railway stock”. CWI Quarterly. 1993. Vol.6 p.205-217.
- Schrijver A. “A rolling stock circulation model for combining and splitting of passenger trains”. European Journal of Operational Research. Octubre 2006. Vol.174 p.1281–1297.