

PASATIEMPOS

- **Problema 1:** El americano **Sam Lloyd** fué uno de los más prolíficos autores de problemas en el siglo XIX. Su rompecabezas más célebre data de los años 1870. Se trata de un juego de 15 cubos que se coloca en una caja que puede contener 16. Por lo tanto, es posible permutar los cubos. Al principio se tiene la configuración siguiente:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Se pueden permutar los cubos para colocar las cifras en orden inverso y obtener un espacio vacío en lo alto a la izquierda. ¿Cómo se hace?

	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

- **Problema 2:** Se pueden permutar dos cubos al azar. ¿Cómo se permutan el 8, 9 y 15 de la configuración inicial para obtener ésta?

1	2	3	4
5	6	7	15
8	10	11	12
13	14	9	

- **Problema 3:** No es cierto que se puedan disponer los 15 cubos de todas las maneras posibles por simple desplazamiento. Examinando el resultado de una permutación posible (o "transformación"), se puede realizar una simple descripción escribiéndola así:

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15)
(5 7 2 3 11 14 15 1 10 9 4 13 6 12 8)

Los números de la línea superior son los de la disposición inicial; los

de abajo indican el resultado de la transformación. Se comienza por el 1 que se intercambia con el 5, que se intercambia con el 11, que se intercambia con el 4, y así sucesivamente hasta el 1. Después, siguiendo esta ordenación, se toma el número (de la disposición original) más bajo que no haya sido utilizado en este encajenamiento, es decir: el 6, que se intercambia con el 14, y así sucesivamente.

La transformación se compone entonces de tres permutaciones interdependientes:

(1 5 11 4 3 2 7 15 8)
(5 11 4 3 2 7 15 8 1)

(6 14 12 13) (9 10)
(14 12 13 6) (10 9)

Tales permutaciones se llaman "ciclos" porque representan el ordenamiento cíclico de la transformación considerada. Estos son conceptos teóricos y no recetas indicando la forma de desplazar los cubos. Aquí los tres ciclos tienen una "longitud" respectiva de 9, 4 y 2.

Se dice que una transformación es "par" si el número de ciclos de longitud par es, par; Es "impar" si el número de ciclos de longitud par es, impar.

Si, después de las permutaciones vistas arriba, se intercambian los cubos 1 y 6 entre el fin de primer ciclo y el fin del segundo ciclo (el 1 se convierte en 6, y el 6 en 1, respectivamente), ¿qué disposición de ciclos se obtiene?

- **Problema 4:** La transformación obtenida ¿resulta ser par o impar?

- **Problema 5:** ¿Qué pasa si se vuelve a intercambiar el 1 por el 6 en la transformación obtenida?

- **Problema 6:** Se podría, por supuesto, escribir un ciclo comenzando por cualquier cubo; en este caso la identidad de los dos cubos intercambiados no tiene importancia.

De manera general, si se intercambian dos cubos pertenecientes a

ciclos distintos, éstos últimos se encuentran fundidos en uno solo, de longitud igual a la suma de las longitudes de los dos ciclos precedentes. El mismo fenómeno se produce a la inversa si se intercambian dos cubos de un mismo ciclo.

Por tanto, cuando una transformación presenta una paridad dada ¿qué ocurre si se intercambian dos cubos?

- **Problema 7:** Cada transformación está, de hecho, constituida por un intercambio sucesivo de dos cubos; sea par o impar el número de intercambios. ¿Qué relación hay entre la paridad y el número de intercambios sucesivos efectuados?

- **Problema 8:** Una transformación de 15 cubos constituye, en realidad, una transformación de 16, de los que uno es invisible y debe ocupar su lugar propio. ¿Cuál es la relación entre la paridad de la transformación de 15 cubos y la caja completa de 16 cubos, uno de los cuales es invisible?

- **Problema 9:** ¿Cuál es la paridad de la transformación que coloca los 15 cubos en orden inverso?

- **Problema 10:** ¿Cuántas transformaciones pares se pueden realizar con los 15 cubos?

Pequeña dificultad

Se trata de saber si se pueden realizar todas las transformaciones pares.

Para responder, es interesante saber si se pueden realizar todos los ciclos de longitud 3 ya que entonces se pueden realizar todas las transformaciones pares.

El problema 2 muestra un ejemplo típico de la forma de intercambiar tres cubos elegidos al azar entre los 15. Es, por tanto, necesario responder explicando por qué el hecho de saber si se pueden realizar todos los ciclos de longitud 3 permite obtener esta respuesta. ■

(Soluciones en la página 87)



VIVIENDAS ECOLÓGICAS

El calor obtenido de las energías renovables se hace cada vez más popular. Considerando los crecientes precios del gasóleo y del gas natural, portadores fósiles de energía, las técnicas ya firmemente establecidas y refinadas, existentes en los respectivos mercados recientemente explorados, despiertan interés creciente entre constructores y propietarios. Bien se trate de colectores solares, de bomba de calor o de calefacciones por *pellets*, la oferta es muy variada.

Junto con el ahorro de energía, la generación térmica basada en energía renovable en la Construcción pertenece a los principales aspectos de acción para la protección climática. En 2004, con una superficie de colectores solares de unos 740.000 m², el gobierno federal alemán promocionó una tercera parte más de instalaciones solares instaladas que la cifra registrada en 2003. Así pues, conforme a apreciación de la **UVS** (Asociación de empresas de la industria solar) ya a finales de 2004 había en Alemania más de 700.000 instalaciones de termia solar, cuya superficie de colectores (de casi 6 millones de metros cuadrados) proporciona un ecológico abastecimiento de calor.

Eficientes controles e higiénicos depósitos de agua potable proporcionan el adecuado confort. Conforme a declaraciones de la UVS, combinadas

con la moderna técnica de condensación, la energía solar puede contribuir a disminuir los costos de calefacción en construcciones antiguas entre el 30 y el 50%.

En instalaciones de calefacción por bomba de calor un 75% de la energía proviene del medio ambiente y sólo el accionamiento precisa corriente o gas.

Gracias a la utilización del calor ambiental (sin costo alguno) y al escaso consumo de corriente, tras pocos años las bombas de calor ya están amortizadas. Además, la bomba de calor es conveniente desde el punto de vista ecológico y económico ya que, por un lado, es positiva la evaluación debido a la alta proporción de calor ambiental renovable y por otro, permite al propietario del inmueble independizarse del gasóleo y el gas, y asimismo de los precios, que van en aumento.

Las bombas de calor extraen el calor de la tierra, del agua subterránea o bien del aire ambiental, proporcionándolo como energía calefactora. Gracias a la utilización de un compresor, funcionan incluso cuando la temperatura ambiental desciende por debajo de cero. Considera la **BWP (Asociación Federal de Bomba de Calor)** que en Alemania, en la actualidad, una de casi veinte instalaciones de calefacción recientemente instaladas

se realiza con una bomba de calor. Así pues, el sector alemán de bomba de calor se dedica considerablemente a la exportación y más de dos terceras partes de las cifras de ventas se derivan de las exportaciones, por ejemplo a Suiza y Suecia.

La evolución en dichos países permite esperar que en Alemania habrá también considerables incrementos. Conforme a datos de la **BWP**, en Suiza se emplea ya una instalación de bomba de calor en más del 60% de las nuevas construcciones y en Suecia, la cifra supera incluso el 90%. Por eso los expertos calculan que, en los próximos diez años, la proporción de las bombas de calor en las nuevas construcciones crecerá en más de un 10%, aproximadamente, duplicándose. Así pues, la bomba de calor efectúa la alimentación total del calor necesario para la calefacción de piso o la calefacción mural y el abastecimiento de agua potable. Informa la **BWP** que, aunque los costos de adquisición superen a los de una calefacción por gasóleo o gas, los costos de uso y mantenimiento equivalen, como máximo, a la mitad de los existentes en una calefacción convencional.

Así pues, la bomba de calor se perfila como un pequeño pero magnífico sector del mercado no abarcado por la oferta existente en la industria

de calefacción, que será explotado tanto por oferentes especiales como por destacados fabricantes de equipos de calefacción. Tras el desplome del mercado a comienzos de la década de los 80, durante los años 90 se produjo en el sector un repunte. En 2003 fueron instaladas casi 10.000 nuevas instalaciones de bomba de calor y tras un aumento del 20% en el primer semestre, en 2004 se sobrepasó ampliamente el límite de 10.000 unidades. La técnica está avanzada y la oferta de sistemas se amplía y mejora constantemente. Aumenta la funcionalidad y es así como, en verano, dichas modernas instalaciones pueden empelarse también para refrigerar.

La subsecretaria parlamentaria del **Ministerio Federal del Medio Ambiente**, estima que, dentro de la idea de apartarse del gasóleo, también las materias primas regenerativas desempeñan un papel importante. A menudo se subestima la importancia de la biomasa como renovable portador de energía y cabe mencionar que más de la mitad de las energías

renovables actualmente producidas en Alemania son derivadas de la biomasa. Según un estudio del citado Ministerio, en 2030 la contribución de la biomasa podría igualar el rendimiento de otros materiales utilizados para proporcionar energía, tales como el lignito y la hulla en conjunto.

A tal efecto desempeña un papel importante el sector de la temperatura ambiente. En la oferta de sistemas de diversos fabricantes encontramos modernas calefacciones alimentadas por *pellets* de madera, por ejemplo. La técnica detecta si se trata de almacenamiento de *pellets*, combustión o mando. Asimismo, y sin problemas, puede lograrse la integración de depósitos y adicional técnica solar o bien de la caldera de condensación. Automáticamente se regulan la alimentación de combustible y el volumen de aire, se modula el rendimiento y se adapta al requisito existente en el momento. Incluso puede lograrse el funcionamiento independiente del aire ambiental.

El funcionamiento de los equipos alimentados por *pellets* de madera es

cómodo, no contaminante para el medio ambiente, seguro y económico. En Renania del Norte/Westfalia hay más de 1.700 calefacciones de este tipo que demuestran cómo muchos usuarios desean efectuar una importante contribución a la disminución del CO₂ y por eso se inclinan con mayor frecuencia hacia estos modernos equipos, no perjudiciales para el ecosistema. Con ello, a la vez, se independizan del aumento en los precios del petróleo. Según informa la **DEPV** (Asociación de Energía por *Pellets*), en los últimos años se ha producido un aumento sensible de la demanda. En 1999, apenas había 800 calefacciones de *pellets* en Alemania; en 2000, eran 2.400 y en los 2001 y 2002, respectivamente, se instalaron unos 5.000 equipos. En 2003, la demanda ascendió a 6.000 unidades y en 2004 el aumento fue del 50%, hasta llegar a 9.000 nuevas calderas de *pellets*. Así pues, al finalizar el año, el total habría superado las 28.000 calefacciones centrales alimentadas por esferas de madera. ■

Soluciones a los Pasatiempos de la página 85

- **Problema 1:** Se sigue el camino indicado hasta que los cubos estén colocados en su lugar.

- **Problema 2:** Hay que desplazar los cubos de la forma siguiente: 12-11-15-12-11-15-10-9-5-6-7-10-9-5-6-7-10-8-15-9-5-6-7-10-8-5-6-7-10-8-5-6-7-10-8-5-6-7-12-11-9-12-11-9.

- **Problema 3:** La transformación comportará finalmente dos ciclos:

(1 5 11 4 3 2 7 15 8 6 14 12 13)

(5 11 4 3 2 7 15 8 6 14 12 13 1)

(9 10)

(10 9)

- **Problema 4:** Impar; hay un ciclo de longitud par.

- **Problema 5:** Se vuelve a la posición de partida anulándose las dos permutaciones sucesivas de 1 y 6.

- **Problema 6:** La paridad cambia ya sea porque un ciclo par desaparezca con motivo de la suma, o sea porque aparece un nuevo ciclo par con motivo de la suma de dos ciclos impares.

- **Problema 7:** Hay concordancia. Al principio no hay ningún ciclo de longitud par y, por tanto, la transformación es par. Cada vez que se intercambian dos cubos, la paridad cambia, de forma que es (im)par después de un número (im)par de intercambio entre dos cubos.

- **Problema 8:** Hay concordancia; el cubo invisible debe intercambiarse con un cubo un número par de veces. Cada vez que sube debe descender y, a cada desplazamiento lateral debe corresponder un desplazamiento ulterior inverso. Se ejecuta, por tanto, para el desplazamiento del cubo invisible, un número par de ciclos de longitud 2. Este número no interviene, consecuentemente, en la paridad de la transformación de 15 cubos.

- **Problema 9:** Es impar, pues está compuesta de 7 ciclos de longitud 2.

- **Problema 10:** 653837184000, es decir: (15!):2 . Si elegimos un intercambio de exactamente 2 cubos, podemos, para cada transformación par, realizar una impar añadiéndole el intercambio citado. Hay, por tanto, una correspondencia unívoca ente las transformaciones pares e impares, de suerte que debe haber las mismas de cada categoría.

