

CURIOSIDADES DE LA FÍSICA Y MATEMÁTICAS

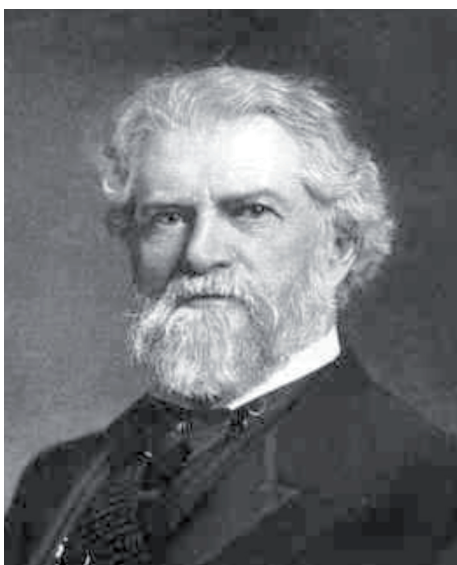
José Antonio Pérez, Investigador en Física e Ingeniería de la Universidad Europea

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7466>

Hemos escogido dos temas para hablarlos de curiosidades en el ámbito de las matemáticas y de la física.

EL PRIMERO ES LA LLAMADA LEY DE LOS NÚMEROS ANÓMALOS DE BENFORD

La historia comenzó en 1881, cuando el matemático y astrónomo norteamericano **Simon Newcomb** observó que la tabla de logaritmos que usaba para sus cálculos presentaba un progresivo desgaste en las páginas; las primeras estaban considerablemente más desgastadas que las últimas.



Simon Newcomb (1835 – 1909)

Antes de la aparición de las calculadoras, las tablas de logaritmos eran el método que se usaba para cálculos en astronomía e ingeniería. Para los “jóvenes estudiantes de ciencias” describiré brevemente lo que era una tabla de logaritmos: la tabla de logaritmos, herramienta que en la actualidad no se utiliza ya que ha quedado obsoleta con el uso de las calculadoras científicas, era un voluminoso libro donde aparecía el valor de los logaritmos naturales de los números reales ordenados de manera creciente y, antes de la era informática, el libro de cabecera de científicos e ingenieros.

Retomando el tema, Simón se preguntó: ¿A qué podría de-

berse este selectivo desgaste? ¿Cómo se podría justificar este hecho tan curioso? Este asombroso desgaste selectivo sólo podía haberse producido por el uso continuado de las páginas donde aparecían los datos que con más frecuencia se usaban para los cálculos que Simon Newcomb necesitaba realizar. Debía suceder que los datos cuyos dígitos comenzaban por uno eran más frecuentes que los que comenzaban por dos, y así sucesivamente.

Pasó el tiempo, y esta propiedad no pasó de ser considerada una mera anécdota hasta que en 1938, el físico de *General Electric* **Frank Benford**, observó que la misma propiedad se presentaba cuando se analizaban estadísticamente las frecuencias de 20.229 números provenientes de 20 muestras procedentes de campos tan diferentes como constantes y magnitudes físicas, longitudes de ríos, estadísticas de béisbol, direcciones de personas, etc.



Frank Albert Benford (1883 – 1948)

Benford postuló la “ley de los números anómalos de Benford” que nos dice que la probabilidad de que en una serie de muchos datos el primer dígito sea el número 1 es del 30%, de 17,6% para un 2, del 12,5% para el 3 y así sucesivamente, con probabilidades decrecientes para los dígitos con mayor valor. La demostración matemática formal de la ley de Benford la obtuvo en 1996 el matemático **Ted Hill** (demostración compleja que utiliza el teorema del límite central y su relación con el comportamiento de las mantisas en las multiplicaciones de valores aleatorios).

Hoy en día la ley de Benford tiene útiles e “inquietantes” aplicaciones en muy diversos campos, tales como la detección de fraude fiscal, ya que la falsificación de datos, por ejemplo, para la declaración de la renta, puede ser detectada si los datos

aportados no verifican la ley de Benford; detección de irregularidades en datos de Auditorías Internas, debido a que el análisis de frecuencia de los dígitos es una potente herramienta analítica en la detección de irregularidades y fraudes; verificación de modelos demográficos, e incluso detección de fraudes electorales; mejora del aprovechamiento del espacio de almacenamiento y aumento de la velocidad de acceso en disco duro de un ordenador; en computación científica y aritmética en punto flotante, para facilitar la detección de errores. Usando las palabras del matemático **Mark J. Nigrini** podemos decir que *“la ley de Benford no es mágica, pero a veces lo parece”*.

EL OTRO TEMA DEL QUE QUEREMOS HABLAR ES OTRA CURIOSIDAD, EN ESTE CASO DE LA FÍSICA: EL ASOMBROSO EFECTO DOPPLER

Si has asistido a una carrera de fórmula 1 podrás percibir un fenómeno curioso: cuando se acercan los bólidos, observarás un cambio de tono en el sonido según el vehículo se aproxima y luego se aleja en relación a tu posición; esta variación en el tono se debe al llamado efecto Doppler.

Este fenómeno fue explicado por vez primera por el físico austriaco **Christian Doppler** (1803-1853) en 1842. En 1845, el también físico holandés **Buys Ballot**, probó la hipótesis de Doppler de una manera espectacular: un par de trompetistas se encontraba en una estación de tren, mientras que otros dos estaban localizados en un carruaje abierto del tren. Los dos grupos de trompetistas tocaron la misma nota. Cuando el tren

pasó por la estación, la frecuencia de las dos notas no coincidió, aunque los músicos tocaban la misma.

Más adelante, un científico llamado **Fizeau**, prosiguió los estudios de Doppler y aplicó su teoría no solo a los sonidos, sino también a la luz.

El efecto Doppler, que explica este cambio aparente en la frecuencia de una onda emitida por una fuente en movimiento, se produce en cualquier tipo de propagación ondulatoria de energía como lo son las ondas sonoras u ondas electromagnéticas.

El efecto Doppler en las ondas luminosas también produce un cambio en la frecuencia cuando proceden de una fuente en movimiento, lo que se traduce en un cambio de color en la luz procedente de las estrellas. Los astrónomos que estudian estrellas y galaxias situadas a enorme distancias entre sí pueden detectar estos cambios de color.

De esta manera las estrellas que se alejan de nosotros muestran un desplazamiento al rojo (frecuencias más bajas), dado que sus ondas se están alejando unas de otras. Por su parte, una estrella que avance hacia nosotros muestra un desplazamiento hacia el azul (frecuencias más altas). La medida de estos cambios permite estudiar con precisión el movimiento relativo de los astros.

Llegado a este punto nos podemos preguntar ¿qué relación hay entre la observación del universo y el sonido de un coche de fórmula 1 cuando pasa a toda velocidad? La respuesta está en el efecto Doppler. En 1929, el astrónomo estadounidense

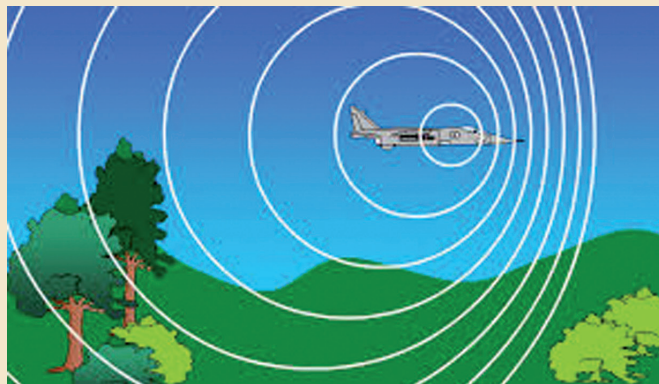


Galaxia de Andrómeda

De manera intuitiva, podemos explicar el efecto Doppler de la siguiente forma: las ondas se mueven del mismo modo en todas las direcciones del espacio; el número de ondas emitidas por cada segundo transcurrido determina la frecuencia de la onda, de modo que las ondas de alta frecuencia viajan muy cerca unas de otras, mientras que las de baja frecuencia están muy alejadas entre sí.

La frecuencia de las ondas sonoras determina el tono del sonido. Las ondas de las notas de tono bajo viajan muy separadas unas de otras, mientras que las que se producen en tonos altos viajan muy juntas. Las ondas que proceden de delante tenderán a juntarse unas con otras, mientras que las que proceden de detrás tenderán a alejarse.

Por tanto, si te encuentras por delante de un vehículo que avanza hacia ti, escucharás un sonido de un tono más alto que si te encuentras detrás de un coche que se está alejando. Este cambio de frecuencia es en realidad el efecto Doppler.



Edwin Powell Hubble observó un desplazamiento hacia el rojo en los espectros de la luz recibida de las galaxias lejanas. El espectro de emisión electromagnético es un conjunto de frecuencias de las ondas electromagnéticas emitidas por átomos en estado gaseoso cuando se le comunica energía. El espectro de emisión de cada elemento es único, es como la huella dactilar de cada elemento de la tabla periódica.

Este sorprendente desplazamiento hacia el rojo (frecuencias más bajas), debía estar provocado por el efecto Doppler y nos dice que las galaxias debían de estar alejándose entre sí y, por tanto, *“el universo se estaba expandiendo.”* Además, Hubble observó que la velocidad de alejamiento de las galaxias era mayor cuanto más lejos se encontraban las unas de las otras, esto es la conocida *“ley de Hubble”*, que establece que la velocidad de alejamiento de una galaxia es proporcional a la distancia a la que se encuentre de nosotros. Sorprendente descubrimiento.

¿Y el modelo del *Big Bang*, cómo está relacionado con el efecto Doppler? El camino para llegar a este resultado ha sido largo, contribuyendo a la construcción de esta teoría muchos científicos y habiendo sido necesario avances tecnológicos considerables.

Los físicos **Alexander Friedman**, del año 1922, y de **Georges Lemaître**, de 1927, demuestran, utilizando la teoría de la relatividad, que el universo estaba en movimiento constante. Y como ya hemos visto antes, el astrónomo estadounidense Edwin Hubble descubrió galaxias más allá de la Vía Láctea que se alejaban de nosotros; como consecuencia, ya sabemos que el universo se expande.

En 1948, el físico ucraniano nacionalizado estadounidense **George Gamow** planteó la siguiente hipótesis: si damos marcha atrás en el tiempo, podríamos deducir que en un tiempo anterior las galaxias debieron estar más juntas. Retrocediendo lo suficiente llegaríamos a un punto donde toda la materia estaría muy junta concentrada en un punto (los físicos lo llamamos singularidad, lo cierto es que no entendemos bien lo que pasó en ese instante, por eso la llamamos así) y, de esta forma, el universo se creó a partir de una gran explosión, el *Big Bang*.

Recientemente, el hallazgo de la radiación de fondo, vestigios de esta gran explosión primigenia, confirmó dicha teoría.

En nuestra vida cotidiana, las aplicaciones del efecto Doppler son muy amplias, abarcando campos diversos. Por ejemplo, existen radares de efecto Doppler para medir velocidad de aeronaves, detección velocidades de vehículos para control del tráfico rodado. En medicina, tenemos ecografías 3D con las que podemos ver el movimiento de fluidos dentro del cuerpo, así como la ecografía Doppler o Eco-Doppler, una variedad de la ecografía tradicional, basada en el empleo de ultrasonidos, en la que aprovechando el efecto Doppler es posible visualizar la velocidad del flujo que atraviesa ciertas estructuras del cuerpo, por lo general vasos sanguíneos, permitiendo determinar si el flujo se dirige hacia la sonda o si se aleja de ella, así como la velocidad de dicho flujo; también permite la visualización del flujo de sangre del corazón; el eco-Doppler, que también se usa para la determinación del riesgo de pre-eclampsia en mujeres embarazadas; y determinar el flujo sanguíneo en las arterias y venas grandes en brazos y piernas. En meteorología, los radares meteorológicos de alta resolución Doppler detectan precipitaciones y movimientos atmosféricos, detección de huracanes, lluvias torrenciales etc., y también permiten la detección de turbulencias atmosféricas para mejorar la seguridad del tráfico aéreo. Y, por supuesto, en astronomía, la espectroscopia Doppler, (medición de la velocidad radial) es un método espectroscópico para encontrar planetas extrasolares; involucra la observación de desplazamientos Doppler en el espectro de la estrella alrededor de la cual la estrella orbita; así como la medición de la velocidad de asteroides, estrellas, galaxias, etc.

¡Asombroso e increíble!

Es importante estimular la curiosidad sobre cómo los descubrimientos científicos cambian nuestras vidas y poder valorar todo el esfuerzo realizado por hombres geniales que han hecho avanzar a la humanidad. Como alguien dijo alguna vez: *“Caminamos a hombros de gigantes.”*