

Influencia de la geometría en los máximos de las tensiones en ajustes por interferencia con agujeros ranurados



Influence of geometry on the stress peaks in interference fits with grooved hub



Miguel Ángel Lorenzo-Fernández, Carmen Blanco-Herrera, Pablo Moreno-Pedráz, Juan Carlos Pérez-Cerdán

Universidad de Salamanca. Departamento de Ingeniería Mecánica. Avda. Fernando Ballesteros, 2 – 37700 Béjar (Salamanca). Tfno: +34 923 408080. mlorenzo@usal.es

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7560> | Recibido: 11/02/2015 • Aceptado: 25/02/2015

ABSTRACT

- Elastic stress distributions in interference fits match the values predicted by pressure cylinders theory only if the two joined parts have the same length. In fact, a heavy stress concentration in the radial component appears at the edges of the contact zone being more intense in the case of the hub. Many methods have been proposed for relieving the stress peaks. In order to investigate how the stress concentrations are reduced, in this paper, different stress analysis in interference fits with grooved hubs were carried out using the finite element method.
- **Keywords:** fit, interference, notch, stress concentrations, finite element analysis.

RESUMEN

Las distribuciones de tensiones elásticas en ajustes por interferencia se ajustan a los valores dados por la teoría de cilindros a presión sólo si las dos piezas unidas tienen la misma longitud. De hecho, una fuerte concentración en la componente radial de la tensión aparece en los bordes de la zona de contacto siendo más intensa dicha concentración en el caso del agujero.

Muchos métodos han sido propuestos para relajar los picos de la tensión. Con el fin de investigar cómo se produce la concentración tensional, en este artículo se llevan a cabo diversos análisis de las tensiones en ajustes por interferencia con agujeros ranurados por medio del método de los elementos finitos.

Palabras clave: ajuste, interferencia, concentración tensional, análisis por elementos finitos.

1. INTRODUCCIÓN

Debido a su alta eficiencia y su fácil implementación, los ajustes por interferencia se utilizan ampliamente en Ingeniería Mecánica con el fin de transmitir un par a través de la unión de dos piezas. Por tanto, conocer adecuadamente las tensiones y deformaciones generadas en los elementos unidos por este procedimiento es una cuestión clave en el diseño de estos componentes mecánicos. Un ejemplo de este tipo de ensamblajes es el ajuste eje-agujero en sistemas con poleas o engranajes.

La caracterización del comportamiento mecánico de los elementos ensamblados ya fue estudiada hace años tanto de forma teórica [1] como de forma experimental [2]. La principal dificultad

en dicho análisis es la dependencia de múltiples variables del estado tensional, lo que hace complicado el uso de modelos teóricos que proporcionan complicadas soluciones analíticas [3]. Para superar este inconveniente, el método de los elementos finitos (MEF) ha sido ampliamente utilizado para estudiar diferentes cuestiones en relación con las tensiones y deformaciones presentes en el contacto entre ejes y agujeros cilíndricos [4-8]. Los resultados muestran que los valores de las tensiones en la mitad de la superficie de contacto se ajustan a los valores dados por las ecuaciones de Lamé. Sin embargo, en los bordes del agujero se localiza una concentración de tensión no deseada [4,5,9,10]. Se han propuesto muchas soluciones para aliviar los picos tensionales considerando una interferencia radial variable [11] o, más habitualmente, una geometría del agujero que modifica significativamente el campo de tensiones [9,12,13].

La comparación de los resultados experimentales con los numéricos sigue siendo una tarea difícil debido a que la interfase eje-agujero no es accesible para situar extensómetros en ella. Sin embargo, se han utilizado algunas técnicas para evitar este inconveniente. Se ha llevado a cabo el análisis fotoelástico de tensiones en ajustes por interferencia [14] aunque, como es bien sabido, estos procedimientos sólo son aplicables a materiales birrefringentes. Para resolver este inconveniente, en los últimos tiempos se han desarrollado nuevos métodos experimentales basados en la reflexión de ondas de ultrasonidos para obtener la distribución de la presión de contacto en diversos tipos de ajustes [15] pero, debido a incertidumbres en las medidas, no es posible determinar de forma precisa los efectos de borde. Se ha utilizado también, la técnica de difracción de neutrones para medir las tensiones generadas durante el ensamblaje mediante un proceso térmico de un ajuste por interferencia sometido a una sollicitación de torsión [16].

El objetivo de este trabajo es analizar el efecto del mecanizado de una ranura en los extremos del agujero [17-19] en las concentraciones de tensiones en la superficie de contacto en ajustes por interferencia. Conviene remarcar que en la interfase, cerca del borde del agujero, donde aparece la tensión más elevada, las superficies de contacto también pueden sufrir fatiga por fricción, lo que puede producir daño y desgaste, reduciendo dramáticamente la vida de las piezas mecánicas [20-21]. El presente estudio se ha desarrollado mediante simulaciones numéricas haciendo uso de un programa comercial de cálculo por elementos finitos. Así mismo, se establece la utilidad de las modificaciones en el agujero como un procedimiento para modificar a conveniencia el estado

tensional. Se alcanza este objetivo analizando los factores de concentración de tensiones en función de diversos parámetros que definen la geometría del ajuste.

2. FUNDAMENTO TEÓRICO

Las tensiones normales radiales y tangenciales presentes en ambos cilindros se pueden deducir de la teoría de cilindros a presión basadas en las ecuaciones de Lamé [22]. De acuerdo con estas expresiones, ambas tensiones en el cilindro interno (o eje), que se considera macizo, son iguales a la presión de contacto pero con signo opuesto:

$$\sigma_{r,i} = \sigma_{\theta,i} = -p \tag{1}$$

mientras que en el cilindro externo (o agujero) las mismas magnitudes varían con la coordenada radial, r , de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{r,o}(r) = \frac{pR^2}{r_o^2 - R^2} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \tag{2}$$

$$\sigma_{\theta,o}(r) = \frac{pR^2}{r_o^2 - R^2} \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \tag{3}$$

donde p es la presión de contacto, R es el radio de transición y r_o es el radio exterior del agujero, i.e., $r_o = R + t$, siendo t el espesor del agujero (ver Fig. 1b). De las ecuaciones previas es fácil obtener la tensión equivalente de von Mises en cada componente:

$$\sigma_{vM,i} = p \tag{4}$$

$$\sigma_{vM,o}(r) = \frac{pR^2}{r_o^2 - R^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{r_o^2}{r^2} \right)^2} \tag{5}$$

Estas ecuaciones son válidas si se cumplen dos condiciones: la hipótesis de deformación plana y que las longitudes de ambos cilindros deben ser iguales. Por otro lado, el valor de la interferencia radial, δ , necesaria para alcanzar una presión de contacto dada p en un ajuste por interferencia, considerando ambas piezas del mismo material, se puede obtener con la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{pR}{E} \left(\frac{2r_o^2}{r_o^2 - R^2} \right) \tag{6}$$

3. MODELIZACIÓN NUMÉRICA

En las simulaciones se ha tenido en cuenta la geometría axi-simétrica del ajuste. De este modo, el problema 3D (Fig. 1a) se reduce a otro 2D con un significativo ahorro del tiempo de cálculo. Se ha utilizado un sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) situando el origen en el centro del cilindro interior (Fig. 1b). El plano de simetría $z = 0$ contiene la sección transversal central de ambos cilindros y la coordenada $r = R$ representa la superficie de contacto (ver Fig. 1b).

Se ha utilizado el programa *MSC.Marc* para realizar las simulaciones por elementos finitos. El mallado de cada componente se llevó a cabo de forma independiente. Se consideró una malla uniformemente distribuida de elementos cuadriláteros de 4 nodos tal como muestra la Fig. 2 teniendo en cuenta que, en la interfase ($r = R$), se debe tener el mismo tamaño de elemento en ambos componentes. Así, en cada punto localizado en la interfase se sitúan dos nodos superpuestos. Distintas mallas se han probado hasta alcanzar la convergencia requerida en los resultados siendo necesaria una malla más fina en el entorno de la entalla. Se ha encontrado que, en un mallado óptimo, el tamaño de los elementos en el contacto debe ser 0.625×0.625 mm en ambos componentes.

Se asume que los componentes del ajuste por interferencia trabajan dentro del régimen elástico. Por tanto, sólo son necesarios dos parámetros para caracterizar el comportamiento mecánico:

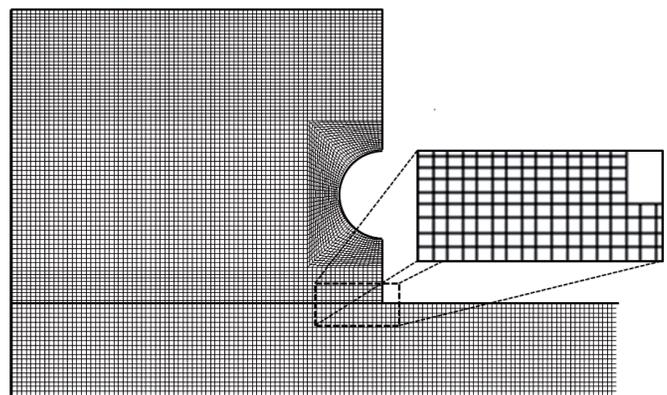


Fig. 2: Mallado en uno de los ajustes por interferencia analizados

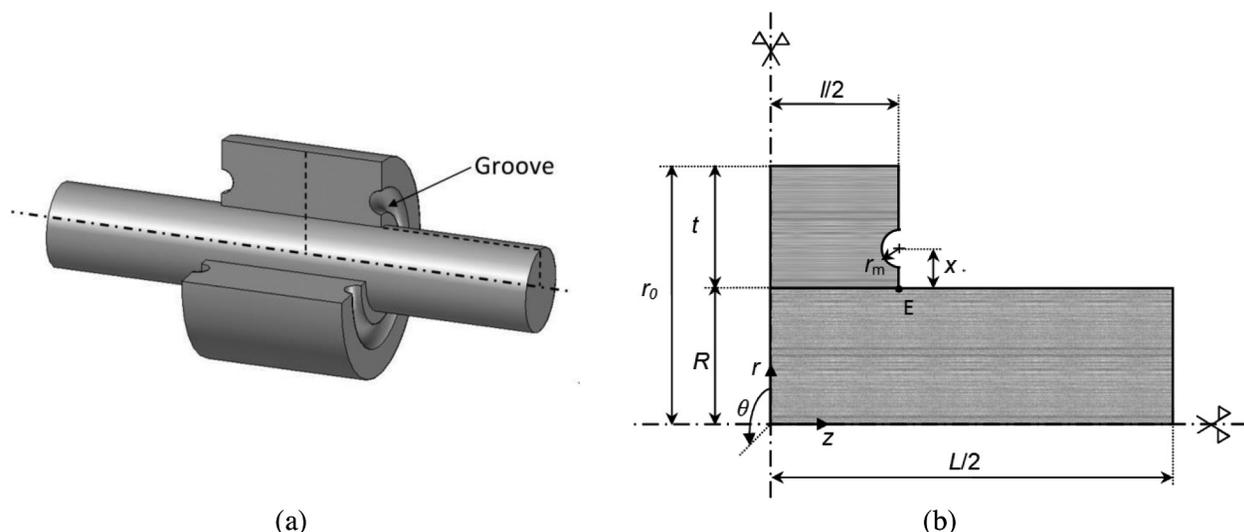


Fig. 1: (a) Vista general y (b) Parámetros geométricos en el ajuste eje-agujero y la entalla mecanizada

co del material en las simulaciones MEF: el *módulo de Young* (E) y el *coeficiente de Poisson* (ν). Se ha considerado un acero estándar habitualmente utilizado en Ingeniería Mecánica ($E = 210$ GPa y $\nu = 0.3$). El contacto se ha modelizado sin fricción (de acuerdo con [17], no existen cambios significativos cuando la fricción es tomada en cuenta). Las simulaciones del contacto superficie con superficie requieren considerar un análisis no lineal debido a las condiciones de contacto en la interfase en un ajuste [23]. En nuestro caso, se ha utilizado un módulo específico incluido en MARC para situaciones similares en las que se requiere ajustar entre sí cuerpos que interfieren.

En la interfase, i.e., en $r = R$, Eq. (2), (3), y (5) predicen una distribución de tensiones constante. Sin embargo, la hipótesis de una distribución uniforme de presión p no es apropiada cuando los componentes del ajuste por interferencia tienen diferentes longitudes, ya que las discontinuidades en la zona de contacto conducen a la generación de tensiones concentradas localmente. De hecho, la componente radial, de compresión en ambos cilindros, presenta importantes concentraciones de tensiones en los bordes de la interfase en ambas piezas, siendo éstas más pronunciadas en el agujero [5,24]. Además, la tensión tangencial en el agujero es de tracción. Por tanto, parece razonable centrar el análisis exclusivamente en el elemento externo y así se hará de aquí en adelante.

A pesar de que la componente radial del tensor de tensiones muestra la concentración de tensiones más alta, es la tensión tangencial la que alcanza los valores más altos en términos absolutos sobre la zona de contacto aunque con concentraciones de tensiones menores. De acuerdo con estos resultados, se han definido los factores de concentración de tensiones (FCTs) de forma similar a [17,24]:

$$K_j = \frac{\sigma_{j,FEM\max}}{\sigma_{j,th}} \quad j \equiv r, \theta, vM \quad (7)$$

donde $\sigma_{j,FEM}$ es el valor de la tensión obtenida vía MEF, siendo $\sigma_{j,FEM\max}$ su valor máximo, y $\sigma_{j,th}$ es el valor correspondiente obtenido a partir de las Eq. (2), (3), y (5), calculadas ambas en $r = R$. Los subíndices $j \equiv r, \theta, vM$ se refieren a las tensiones radial, tangencial y von Mises, respectivamente.

La geometría de la ranura se puede describir mediante dos parámetros: el radio de ranura, r_m , y la distancia desde el centro de la ranura al contacto, x (en Fig. 1(b) la distancia desde el centro de la entalla hasta el punto E). Se han definido dos parámetros adimensionales $\lambda = r_m/x$ (el parámetro recíproco a λ , $\eta = 1/2 \lambda$,

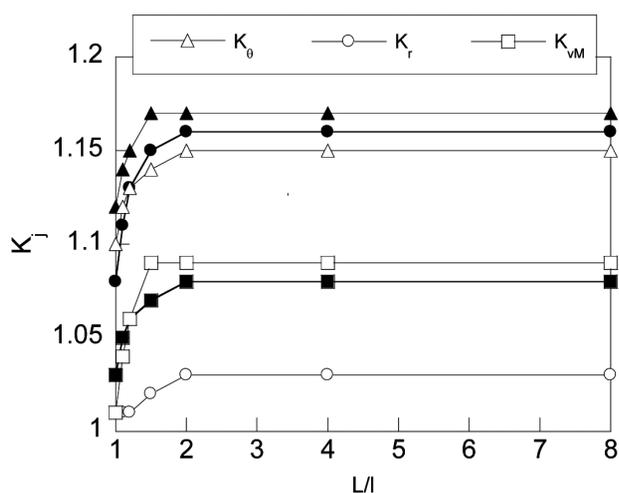


Fig. 3: Factores de concentración de tensiones calculados en la interfase en función de L/l . Los símbolos negros corresponden a $(\lambda, \xi)_1$ y los símbolos blancos a $(\lambda, \xi)_2$.

se ha utilizado en un problema similar en el que se analiza un indentador ranurado presionando sobre un semiplano [25]), y $\xi = r_m/(t/2)$, donde $t/2$ es la mitad del espesor del agujero.

4. FACTORES DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

4.1. INFLUENCIA DE LA INTERFERENCIA, δ

De acuerdo con la nomenclatura ISO para ajustes y tolerancias, el ajuste elegido es 200 H7/s6, del tipo ajustes de apriete fuerte intermedio. Se recomienda este ajuste en aquellos casos en los que resulta necesario que los elementos de acero ensamblados giren de forma solidaria. Dentro de los límites establecidos para este tipo de ajuste, se ha trabajado con tres interferencias radiales diferentes: $\delta_{max} = 75.50$ mm, $\delta_{med} = 56.75$ mm, $\delta_{min} = 38.00$ mm. Se ha considerado una geometría base del ajuste dada por los siguientes valores de los parámetros: razón entre la longitud del eje (L) y la longitud del agujero (l), $L/l = 4$, y espesor del agujero $t = 40$ mm. Se han considerado dos casos en términos de los parámetros adimensionales λ y ξ ; $(\lambda, \xi)_1 = (0.600, 0.375)$ y $(\lambda, \xi)_2 = (0.530, 0.500)$.

Existe una relación lineal entre las tensiones y la interferencia radial, δ , incluso cuando se mecaniza una entalla en el agujero. Por tanto, la relación entre las tensiones obtenidas numéricamente y las teóricas es independiente del valor de δ . Los FCTs en la interfase, calculados de acuerdo con la Eq. (7), alcanzan un valor idéntico con los tres valores de la interferencia considerados, tal como muestra la Tabla 1 (este resultado coincide con el de la referencia [24] para un agujero sin entalla, donde tan sólo se estudió K_{vM}).

| | K_r | K_θ | K_{vM} |
|--------------------|-------|------------|----------|
| $(\lambda, \xi)_1$ | 1.16 | 1.17 | 1.08 |
| $(\lambda, \xi)_2$ | 1.03 | 1.15 | 1.09 |

Tabla 1: FCTs en un agujero entallado calculados de acuerdo con la Eq. (7) en la interfase de contacto de los cilindros para los valores de interferencia radial $\delta_{max} = 75.50$ mm, $\delta_{med} = 56.75$ mm, $\delta_{min} = 38.00$ mm

4.2. INFLUENCIA DE LA RAZÓN DE LONGITUDES L/l

Se ha estudiado la dependencia de los factores K_θ y K_r del agujero con la razón de longitudes L/l en siete casos diferentes, a saber, $L/l = 8.0, 4.0, 2.0, 1.5, 1.2, 1.1$ y 1.0 , siendo $\delta_{max} = 75.50$ mm, y el resto de parámetros iguales a los utilizados en la sección previa.

En la Fig. 3, en todos los casos analizados, se observan ligeras variaciones en los valores de los factores siempre dentro del intervalo $1.01 < K_j < 1.17$. Para valores de $L/l < 2$ los factores K_j decrecen y se aproximan a la unidad, lo que corresponde a la condición en la geometría impuesta por la teoría de cilindros a presión en la que se satisface la que la razón de longitudes es $L/l = 1$. Por el contrario, si $L/l \geq 2$, se puede considerar que el eje es un elemento de longitud infinita y la constricción debida al efecto de borde no varía y, por tanto, los FCTs toman un valor constante (Fig. 3). Los valores de los factores de concentración de la tensión radial K_r dependen significativamente del caso (λ, ξ) considerado, a diferencia de los factores K_θ y K_{vM} . Nótese que en el caso $(\lambda, \xi)_2$, los valores de K_r son próximos a la unidad, e inferiores a 1.03 para cualquier razón de longitudes L/l .

4.3. INFLUENCIA DE LA RAZÓN DE RADIOS R/r_0

La variación de los FCTs en función de la razón de radios R/r_0 en $r = R$ se ha representado en la Fig. 4. Los valores óptimos de esta razón se sitúan entre 0.5 y 0.7 [26]. Se han tomado los

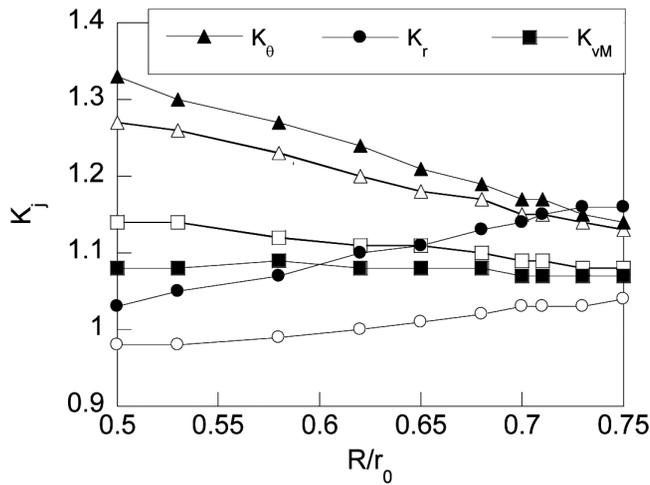


Fig. 4: Factores de concentración de tensiones K_j calculados en la interfase en función de la razón de radios, R/r_0 . Los símbolos negros corresponden a $(\lambda, \xi)_1$ y los símbolos blancos a $(\lambda, \xi)_2$

mismos valores de los parámetros necesarios para la simulación numérica que en los apartados anteriores, fijando $L/l = 4$. Como se puede observar en la Fig. 4, el factor K_{vm} es prácticamente independiente de la razón de radios, mientras K_r aumenta a medida que la relación entre radios R/r_0 disminuye. K_θ tiene un comportamiento opuesto. Así, el factor K_j que alcanza los valores máximos es K_θ para el valor más pequeño de la razón R/r_0 . Para agujeros no ranurados, la variación de K_{vm} con R/r_0 es también objeto de estudio en [24]. Sin embargo, no es posible realizar una comparación directa puesto que, en la referencia [24], el cálculo analiza configuraciones aje-agujero que no se han considerado en este artículo.

Las diferencias más remarcables observadas entre los casos (λ, ξ) analizados ocurren en el valor del factor de concentración de tensiones radial, K_r . Al contrario que K_r , los FCTs K_θ y K_{vm} calculados

con $(\lambda, \xi)_1$ y $(\lambda, \xi)_2$ convergen para los valores más altos de la razón de radios R_0/r .

4.4. INFLUENCIA DEL TAMAÑO RELATIVO DE LA ENTALLA, $2r_m/l$

El tamaño (r_m) y la distancia de la entalla a la interfase (x) modifican la concentración de tensiones en la superficie de contacto. Para visualizar este efecto, en la Fig. 5 se muestran las distribuciones de la tensión radial obtenidas en las simulaciones numéricas de los siguientes casos: (i) agujero sin entalla (Fig. 5a), agujero con entalla (ii) de radio pequeño situado cerca de la interfase (Fig. 5b), (iii) de radio de entalla grande situada cerca de la interfase (Fig. 5c) y, finalmente, (iv) de radio de entalla grande situada lejos de la interfase (Fig. 5d). A partir de las distribuciones se revela el efecto de la geometría de la entalla sobre la concentración de tensiones en la interfase. De este modo, la concentración de tensiones localizada en el borde de la interfase disminuye significativamente cuando la entalla se sitúa cerca de la misma (Fig. 5b y Fig. 5c), mientras que, si la distancia a la interfase es lo suficientemente grande (Fig. 5d) apenas se ve afectada, incluso con el mismo valor del radio de entalla.

Para comprender en mejor medida el efecto del radio de entalla, se ha definido el parámetro adimensional $2r_m/l$. Este parámetro representa el tamaño relativo de la entalla en términos de la longitud del agujero. Así, dicho parámetro tiende a hacerse nulo cuando el radio de la ranura es muy pequeño en relación con la longitud del agujero. Además, tiende a la unidad en el caso opuesto, i.e., cuando el radio de la ranura se aproxima a la mitad de la longitud del agujero. Las variaciones de los factores K_j se muestran en la Fig. 6 en función del parámetro $2r_m/l$.

Todos los factores K_j son prácticamente constantes hasta $2r_m/l = 0.2$ (i.e., hasta cuando la longitud del agujero, l , es 5 veces el diámetro de la entalla, $2r_m$). El interés del análisis de los casos con valores altos de $2r_m/l$ es puramente académico puesto que dichos valores no tienen sentido desde el punto de vista de la ingeniería mecánica, ya que la mayor parte de la sección transversal es ocupada por la propia entalla, tal como muestra la Fig. 7. Los factores K_θ y K_{vm} son prácticamente independientes de los parámetros (λ, ξ) analizados y, solo se observan variaciones significativas en K_r con valores de $2r_m/l$ altos.

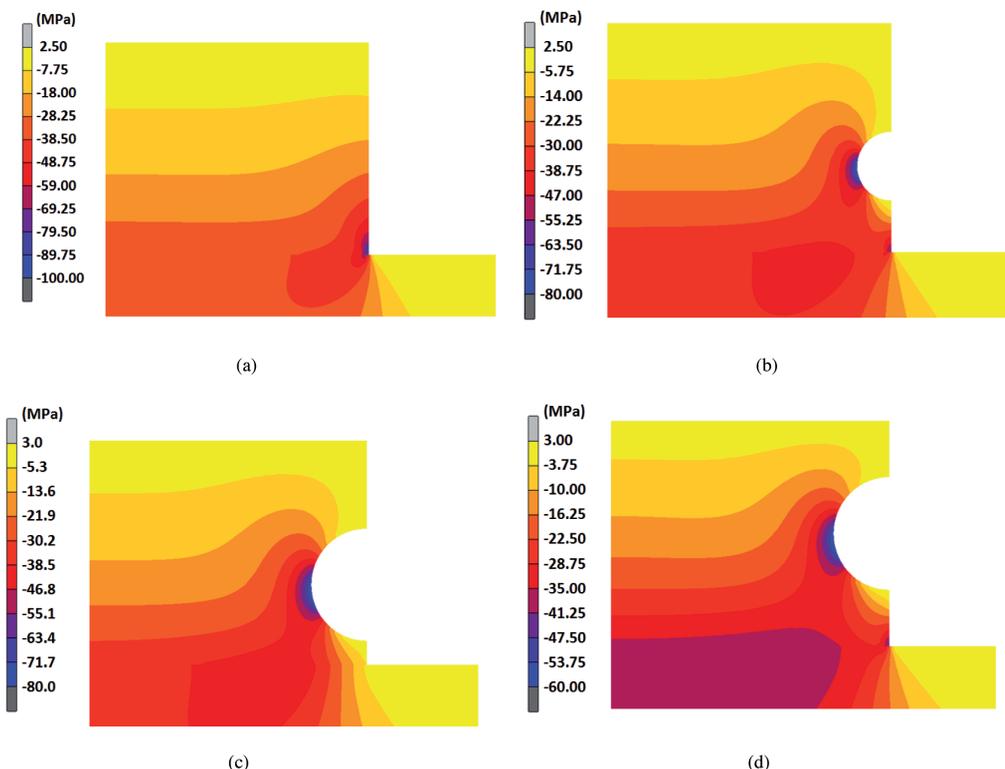


Fig. 5: Distribución de la tensión radial para (a) agujeros sin entalla, agujeros entallados: (b) entalla de radio pequeño situada cerca de la interfase ($\lambda = 0.4$), (c) entalla de radio de grande situada cerca de la interferencia ($\lambda = 0.6$) y (d) entalla de radio de grande situada lejos de la interfase ($\lambda = 0.7$)

ya que la mayor parte de la sección transversal es ocupada por la propia entalla, tal como muestra la Fig. 7. Los factores K_θ y K_{vm} son prácticamente independientes de los parámetros (λ, ξ) analizados y, solo se observan variaciones significativas en K_r con valores de $2r_m/l$ altos.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se han llevado a cabo distintos cálculos utilizando el método de los elementos finitos para evaluar el estado tensional en ajustes por interferencia cuando una entalla circumferencial es mecanizada en la superficie de agujero.

Con el fin de verificar en qué medida la geometría de entalla reduce o elimina la concentración de tensiones en el cilindro exterior del ajuste,

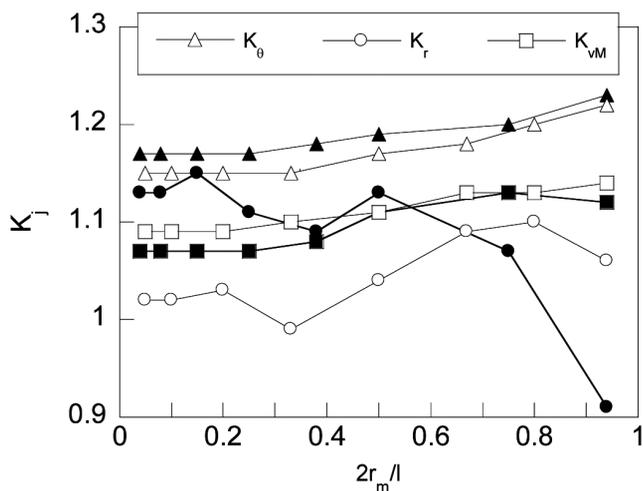


Fig. 6: Factores de concentración de tensión calculados en la interfase en función de la razón $2r_m/l$. Los símbolos negros corresponden a $(\lambda, \xi)_1$ y los símbolos blancos a $(\lambda, \xi)_2$

se han definido factores de concentración de tensiones teóricos K_j para la componente radial ($j \equiv r$), tangencial ($j \equiv \theta$) y de von Mises ($j \equiv vM$). De acuerdo con las simulaciones numéricas, los factores K_j no dependen de la interferencia radial, δ . Además, estos parámetros tampoco dependen de la longitud del agujero mientras que ésta sea al menos 2 veces inferior a la longitud del eje y 10 veces superior al radio de la ranura. Hemos encontrado que los valores de K_θ (K_r) disminuyen (aumentan) significativamente con la razón de radios R/r_o mientras K_{vM} permanece prácticamente constante.

Así mismo, hemos considerado dos geometrías diferentes de la ranura caracterizadas por los parámetros adimensionales (λ, ξ) . K_r es el factor más sensible a los cambios en la geometría de la entalla siendo casi despreciables las variaciones de los otros factores. Así, cuando los valores de (λ, ξ) están en torno a 0.5, i.e., en el caso $(\lambda, \xi)_2$, $K_r \geq 1.10$ en todos los casos analizados, de modo que el efecto beneficioso de la ranura sólo aparece cuando se utiliza una geometría adecuada. Por tanto, K_r es el factor de diseño más adecuado para encontrar la geometría de la ranura que reduzca de forma óptima la concentración de tensiones en el agujero en un ajuste a presión. Se discutirá esta cuestión en un trabajo futuro.

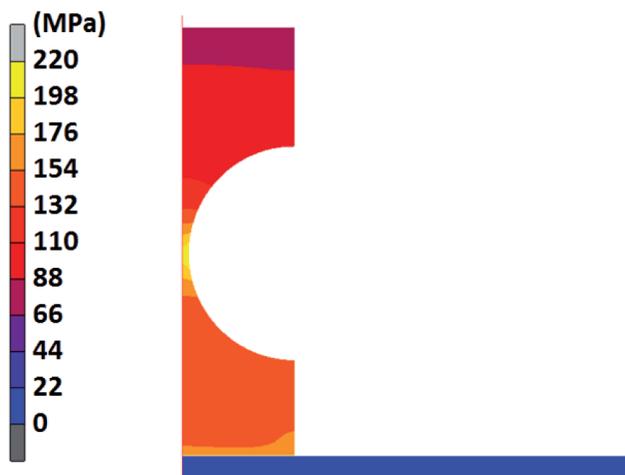


Fig. 7: Distribución de la tensión de von Mises en un agujero de razón $2r_m/l = 0.94$

BIBLIOGRAFÍA

[1] Horger OJ, Nelson CW. "Design of Press and Shrink Fitted Assemblies". *Journal of Applied Mechanics*. Vol.4-4 A183-A187.
 [2] Peterson RE, Wahl AM. "Fatigue of shafts at fitted members with related photoelastic analysis". *Journal of Applied Mechanics*. Vol.2 p.1-11.

[3] Prasad SN, Dasgupta S. "Axisymmetric shrink fit problems of the elastic cylinder of finite length". *Journal of Elasticity*. Vol.7-3 p.225-242. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00041071>.
 [4] Siva Prasad N, Sashikanth P, Ramamurti V. "Stress distribution in interference joints". *Computers & Structures*. Vol.51-5 p.535-540. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7949\(94\)90060-4](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7949(94)90060-4).
 [5] Zhang Y, McClain B, Fang XD. "Design of interference fits via finite element method". *International Journal of Mechanical Sciences*. Vol.42 p.1835-1850. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7403\(99\)00072-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7403(99)00072-7).
 [6] Yang GM, Coquille JC, Fontaine JF et al. "Influence of roughness on characteristics of tight interference fit of a shaft and a hub". *International Journal of Solids and Structures*. Vol.38-42 p.7691-7701. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00035-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00035-X).
 [7] Özel A, Temiz Ş, Aydin MD et al. "Stress analysis of shrink-fitted joints for various fit forms via finite element method". *Materials & Design*. Vol.26-4 p.281-289. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2004.06.014>.
 [8] Sen S, Aksakal B. "Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions". *Materials & Design*. Vol.25-5, p.407-417. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2003.11.009>.
 [9] Parsons B, Wilson EA. "A method for determining the surface contact stresses resulting from interference fits". *Journal of Manufacturing Science and Engineering ASME*. Vol.92-1 p.208-218. DOI: <http://dx.doi.org/10.1115/1.3427710>.
 [10] Szwedowicz D, Bedolla J. "Contact notch stress assessment within frictional contact joints". *DYNA*. Vol.79-171 p.88-96.
 [11] Oda J, Sakamoto J, San K. "A method for producing a uniform contact stress distribution in composite bodies with interference". *Structural Optimization*. Vol.3-1 p.23-28. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01743486>.
 [12] Güven U. "Stress distribution in shrink fit with elastic-plastic hub exhibiting variable thickness". *International Journal of Mechanical Sciences*. Vol.35-1 p.39-46. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7403\(93\)90063-Z](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7403(93)90063-Z).
 [13] Pérez-Cerdán JC, Lorenzo M, Blanco C. "Stress Concentrations in Interference Fit Joints with Chamfered Hubs". *Applied Mechanics and Materials*. Vol.184 p.489-492. DOI: <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.184-185.489>.
 [14] Jones IA, Truman CE, Booker JD, Lambertin M. "Photoelastic investigation of slippage in shrink-fit assemblies". *Experimental Mechanics*, Vol.48 p.621-633. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-008-9140-6>.
 [15] Lewis R, Marshall MB, Dwyer-Joyce RS. "Measurement of interface pressure in interference fits". *Journal of Mechanical Engineering Science Part C*, Vol.219-2 p.127-139. DOI: <http://dx.doi.org/10.1243/095440605X8402>.
 [16] Marshall MB, Lewis R, Dwyer-Joyce RS, Demilly F, Flament Y. "Ultrasonic measurement of railway wheel hub-axle press-fit contact pressures". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, Vol.225(3) p.287-298. DOI: <http://dx.doi.org/10.1177/2041301710392482>.
 [17] Conway HD, Farnham KA. "Contact stresses between cylindrical shafts and sleeves". *International Journal of Engineering Sciences*. Vol.5-7 p.541-554. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225\(67\)90032-8](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225(67)90032-8).
 [18] Mather J, Baines BH. "Distribution of stress in axially symmetrical shrink-fit assemblies". *Wear*. Vol.21-2 p.339-360. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648\(72\)90008-7](http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648(72)90008-7).
 [19] Grimm TR, Chiu AC. *Design of hubs to minimize interface stresses - a finite element study*. En: *Computers in Engineering: Proc. of the 1988 ASME International Computers in Engineering Conference and Exhibition*, (San Francisco, California, July 31th - Aug. 4th, 1988), 1988, p.85-91.
 [20] Truman CE, Booker JD. "Analysis of a shrink-fit failure on a gear hub/shaft assembly". *Engineering Failure Analysis*. Vol.14-4 p.557-572. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.03.008>.
 [21] Lanoue F, Vadean A, Sanschagrin B. "Finite element analysis and contact modelling considerations of interference fits for fretting fatigue strength calculations". *Simulation Modelling Practice and Theory*. Vol.17-10, p.1587-1602. DOI: [10.1016/j.simpat.2009.06.017](http://dx.doi.org/10.1016/j.simpat.2009.06.017).
 [22] Shigley JE, Mischke CR, Brown T. *Standard handbook of machine design*. 1st edition. New York: McGraw-Hill, 1986. 1200p. ISBN: 9780071501439.
 [23] Belytschko T, Liu WK, Moran B, Elkhodary K. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. Second edition, Chichester, West Sussex (United Kingdom): John Wiley & Sons, 2013. 816p. ISBN: 978-1-118-63270-3.
 [24] Crococo D, Vincenzi N. "Stress concentration factors in compression-fit couplings". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. Vol.224-6 p.1143-1152. DOI: <http://dx.doi.org/10.1243/09544062JMES1881>.
 [25] Bijak-Zochowski M, Marek P, Tracz M. "On methods of reduction and elimination of stress singularities in some elastic contact problems". *International Journal of Mechanical Science*. Vol.36-4 p.279-296. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7403\(94\)90035-3](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7403(94)90035-3).
 [26] Castagnetti D, Dragoni E. "Optimal aspect ratio of interference fits for maximum load transfer capacity". *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. Vol.40-2 p.177-184. DOI: <http://dx.doi.org/10.1243/030932405X7737>.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación proporcionada por la institución "Memoria D. Samuel Solórzano Barruso" (USAL, Grant FS/21-2012 y Grant 463AC06).