

Respuesta electrostática de una configuración tridimensional de tres conductores trifásicos

ELECTROSTATIC RESPONSE OF 3D-THREE-PHASE CONDUCTORS CONFIGURATION

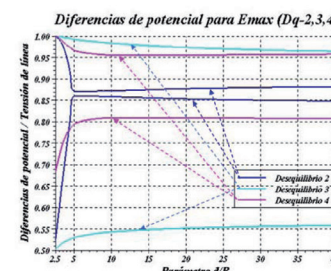
DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7177> | Recibido: 21/03/2014 • Aceptado: 06/05/2014

■■■
Roberto Palau-García, Roberto Palau-Lage

Universidad de A Coruña: Grupo de Investigación de Tecnología Electrónica y Comunicaciones. Instituto E.S. Monte das Moas.
c/ Jose María Hernansáez, 23 - 15009 A Coruña.
Tfno: +34 981 617208. rpalau@edu.xunta.es

ABSTRACT

- This paper is a summary of the exhaustive electrostatic study of a three-phase conductors configuration using the basis set of solutions method and the surface charge method. The electrostatic responses of several three-phase configurations, with different radius and voltage settings, were studied. It was confirmed that the "distance between conductors/conductors radius" parameter (d/R) is appropriate to describe their behaviours. It has been proved that the product of maximum field strength and the conductor radius remains unchanged for constant d/R . An empirical expression that relates this product to d/R has also been found. The limits of validity of the calculated values for the maximum electric field, depending upon the length of the conductors, have been established. It has also been found that when the distances between conductors are small, these configurations are very stable against unbalance of the phase voltages, but not of the line voltages.
- **Key Words:** electrostatic field calculation, basis set of solutions, surface charge method, 3D-three-phase configurations, electrostatic response, unbalanced three-phase system.



RESUMEN

Este artículo es un resumen del estudio electrostático exhaustivo de una configuración de tres conductores trifásicos realizado con el método de las soluciones elementales en combinación con el método de cargas superficiales.

Se ha estudiado la respuesta electrostática de esta configuración con diferentes radios de conductor y regímenes de funcionamiento, y se ha comprobado que el parámetro "distancia entre conductores/Radio de conductor" (d/R) es idóneo para describirla.

Se ha encontrado también que el producto de la intensidad de campo máxima por el radio de los conductores es constante cuando se comparan montajes con igual valor del parámetro d/R , y se ha encontrado una función empírica que relaciona dicho producto con el valor del parámetro citado.

Se han establecido márgenes de validez de los valores calculados de la intensidad de campo máxima en función de la longitud de los conductores.

También se ha comprobado que, para pequeñas distancias entre conductores, se trata de una configuración bastante estable ante desequilibrios en las tensiones de fase pero no en las tensiones de línea.

Palabras Clave: cálculo de campo electrostático, método de las soluciones elementales, método de cargas superficiales, configuraciones trifásicas tridimensionales, respuesta electrostática, sistema trifásico desequilibrado.

1. INTRODUCCIÓN

En ingeniería de alta tensión, el diseño de dispositivos está basado en el conocimiento del campo eléctrico al que están sometidos y en este aspecto, la intensidad de campo máxima, su valor y localización, son las condiciones fundamentales para evaluar el tipo y la calidad del aislamiento necesario. Sin embargo su determinación suele resultar especialmente engorrosa con distribuciones de potencial dependientes del tiempo como son las trifásicas, pero hoy en día el método de las soluciones elementales (*Basis Set of Solutions Method*, BSSM) [1] facilita en gran manera este trabajo.

Este método se ha utilizado para estudiar la respuesta electrostática de una configuración trifásica formada por tres conductores de igual radio y longitud, de ejes paralelos. Ver Figuras 1 y 2.

Esta configuración es habitual en cables trifásicos, y también aparece formando parte de otras más complejas, como

por ejemplo en tecnología SF₆ en la que ésta configuración se presenta entubada. En este caso, los resultados del presente estudio no son inmediatamente extrapolables, pero, dados los resultados encontrados en otros estudios [1], parece lógico esperar que un conocimiento a fondo de la configuración sin entubar facilite un estudio posterior de su comportamiento entubada. Los resultados de este estudio también pueden facilitar posteriores estudios de la respuesta electrostática de otras líneas trifásicas, como por ejemplo algunas líneas aéreas. Para cubrir todas las posibles aplicaciones de un conocimiento detallado de la respuesta electrostática de esta configuración, se ha estudiado un amplio rango de secciones y distancias entre conductores.

Esta configuración fue utilizada para presentar el BSSM [1], donde sus autores realizaron un estudio limitado de la misma. Aún así, encontraron resultados que apuntaban el interés de conocer su comportamiento en profundidad. En este artículo se muestra el resultado de su estudio exhaustivo.

2. EL MÉTODO DE LAS SOLUCIONES ELEMENTALES

Dada una cierta geometría, los problemas de campo pueden ser descritos con n ecuaciones lineales con n incógnitas que pueden escribirse matricialmente como:

$$[A] \cdot [q] = [\Phi] \quad (1)$$

donde $[A]$ es la matriz de coeficientes de potencial y campo, $[q]$ es el vector de cargas y/o densidades de carga a determinar, y $[\Phi]$ es el vector de potenciales. Una vez determinado el vector $[q]$, será inmediato conocer la distribución de potenciales y valores de la intensidad de campo en cualquier punto del espacio.

Cabe definir un vector $[\Phi]^i$ en el que todos sus elementos son nulos excepto los correspondientes al electrodo número i , que contienen el valor del potencial de este. A partir de este vector, se puede definir otro vector $[1]^i$ que resultará de substituir los valores Φ_i del vector $[\Phi]^i$ por valores unitarios. De acuerdo con esto, y siendo N el número de electrodos, la ecuación 1 se puede expresar así:

$$[A] \cdot [q] = \Phi_1 \cdot [1]^1 + \Phi_2 \cdot [1]^2 + \dots + \Phi_N \cdot [1]^N \quad (2)$$

Por tanto, el problema inicial se puede substituir por N problemas del tipo:

$$[A] \cdot [q]^i = [1]^i \quad (3)$$

donde se denomina solución elemental número i del sistema, al vector $[q]^i$, y de esta forma, dada la linealidad de las ecuaciones, la solución buscada $[q]$ correspondiente a determinada distribución de potenciales, vendrá dada por:

$$[q] = \sum_{i=1}^N \Phi_i \cdot [q]^i \quad (4)$$

De acuerdo con esto, se resuelven N problemas del tipo $[A] \cdot [q]^i = [1]^i$, donde el trabajo más engorroso que es el tratamiento de la matriz $[A]$, se realiza una sola vez. Una vez

determinado así el conjunto de soluciones elementales $[q]^i$, la solución $[q]$ correspondiente a una distribución de potenciales determinada, se obtendrá con la simple combinación lineal dada por la ecuación 4. De esta forma se pueden considerar un número muy elevado de diferentes distribuciones de potencial en muy poco tiempo de computación, y sin necesidad de definir un nuevo problema para cada una.

Este método de las soluciones elementales (BSSM) se puede aplicar con métodos numéricos que calculan el campo electrostático mediante la determinación de una distribución de cargas (*Discrete Charge Method* [2][3], *Surface Charge Method* [4][5][6] o *Boundary Elements Method* [7]). El método de las soluciones elementales se implementó en el programa Wefcub que permite calcular el campo electrostático a través de cualquiera de los métodos anteriormente citados. Este programa fue desarrollado en la Universidad Técnica de Hamburg-Harburg, y ampliado en la Universidad de A Coruña. Este programa (Release 0.6) es el que se ha empleado en el presente estudio.

3. DESCRIPCIÓN Y MODELIZACIÓN DE LA CONFIGURACIÓN

La Fig.1 muestra una visión tridimensional de la configuración estudiada, y la Fig.2 muestra una sección transversal de la misma. En la Fig.2 se ven los parámetros utilizados en este estudio, distancia d entre los centros de los conductores y su radio R , así como ciertos puntos de interés en la superficie de los mismos.

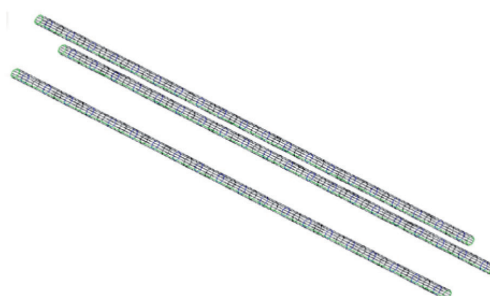


Fig. 1: Configuración de tres conductores trifásicos

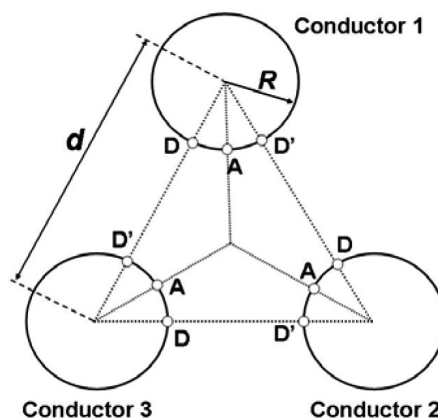


Fig. 2: Sección transversal de la configuración

Intentando atender a las diferentes posibles aplicaciones del conocimiento exhaustivo de esta configuración, se han tomado conductores de diferentes secciones, de valores normalizados y no normalizados, y con un amplio rango de distancias entre ellos. A los efectos de este estudio, el material de los conductores es irrelevante. El entorno es aire.

En el apartado 4 de este artículo se presentan los resultados correspondientes a un funcionamiento equilibrado, con conductores de 20 m de longitud, separados distancias d comprendidas entre $2.5R$ y $100R$, y con secciones muy diferentes, de 10, 50, 400 y 1.000 mm². Se tomaron los radios ideales correspondientes. En el apartado 5 se fijan márgenes de validez de los resultados anteriores en función de la longitud de los conductores. En el apartado 6 se presenta la respuesta de esta configuración ante diferentes desequilibrios en su sistema de tensiones.

La carga de cada conductor se modeliza inicialmente con un conjunto de 21 localizaciones de carga superficial en dirección axial y 36 en dirección circunferencial, localizadas en sendos puntos de contorno de cada conductor en los que se calculan tres conjuntos de cargas elementales. El problema de máximos espacio-temporales se resuelve con la ecuación 4, determinando las distribuciones de carga superficial en 180 valores de fase diferentes a lo largo del primer semiperíodo, y determinando la intensidad de campo que cada distribución de carga provoca en los puntos de contorno. Una vez localizada así la intensidad de campo máxima en un cierto punto y valor de fase, se hizo un estudio más fino en 25 instantes del entorno del instante antes encontrado, estudiando puntos de grado en grado a lo largo de la circunferencia de los conductores.

Posteriormente se vio en algunos casos el interés de modelizar la distribución de carga de otras formas, con 25, 41, 81 y 101 localizaciones de carga en dirección axial, y 36, 18, 12 y 6 en dirección circunferencial, respectivamente.

4. RESPUESTA ELECTROSTÁTICA EN FUNCIONAMIENTO EQUILIBRADO

Se han considerado inicialmente tensiones equilibradas con 1 kV de amplitud en la tensión de fase:

$$V_1 = \sin(\omega t); V_2 = \sin(\omega t + 120^\circ); V_3 = \sin(\omega t - 120^\circ) \quad (5)$$

Dada la linealidad de las ecuaciones de campo, los resultados obtenidos con estas tensiones son inmediatamente extrapolables a cualquier otro valor de amplitud en la tensión de fase con sólo realizar una multiplicación.

Las Figuras 3 y 4 muestran las intensidades máximas de campo encontradas en función de los valores del parámetro d/R para conductores de cuatro valores de sección muy diferentes. La Figura 3 muestra la intensidad de campo máxima para valores del parámetro d/R entre 2.5 y 10, y la Figura 4 para valores entre 10 y 100.

Analizando estos resultados, se comprueba que existe una relación inversamente proporcional entre el valor de la intensidad de campo máxima y el radio de los conductores, cuando se comparan configuraciones de igual valor del parámetro d/R :

$$E_{\max} \cdot R = cte \quad (\text{para } d/R = cte) \quad (6)$$

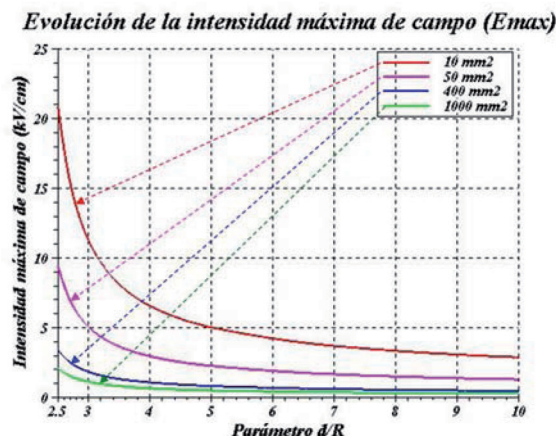


Fig. 3: Evolución de la intensidad de campo máxima según la distancia entre conductores (d/R entre 2.5 y 10) para cuatro grosores de conductor diferentes

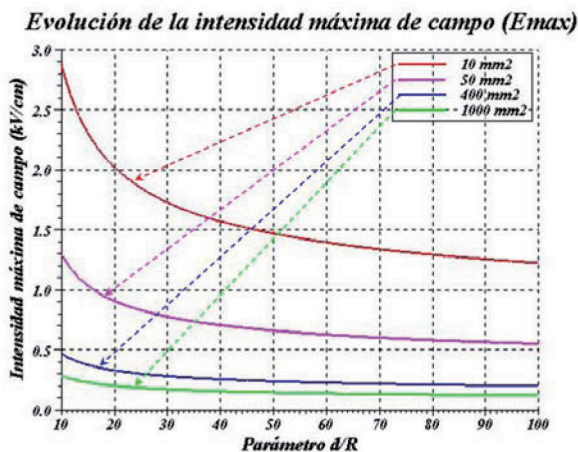


Fig. 4: Evolución de la intensidad de campo máxima según la distancia entre conductores (d/R entre 10 y 100) para cuatro grosores de conductor diferentes

Aplicando mínimos cuadrados a 25 parejas de valores con el programa Scilab, se encuentra una función analítica capaz de prever los resultados del producto $E_{\max} \cdot R$ en función del parámetro d/R , con una desviación inferior al 2%, para valores de d/R entre 2.5 y 100. Se trata de una función del tipo:

$$E_{\max} \cdot R = \sum_{i=0}^{i=5} a_i \cdot c^{-i} \quad (7)$$

siendo c el parámetro d/R , y a_i cada uno de los coeficientes, que toman los valores:

$$a_0 = 0.1617498; a_1 = 6.0108148; a_2 = -54.977123;$$

$$a_3 = 415.77463; a_4 = -1333.9039; a_5 = 1710.0426;$$

Esta función se ha confirmado con 40 valores adicionales del parámetro, representativos del rango de validez.

En cuanto a la localización de la intensidad de campo máxima en la superficie de los conductores, en la Figura 5 se muestra cómo se identifican los puntos sobre su circunferencia. En dicha sección, el punto *A* corresponde al punto equidistante a los otros dos conductores, mientras que los puntos *D* y *D'* son los puntos más próximos a cada uno de ellos.

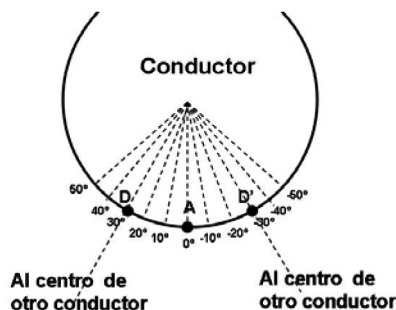


Fig. 5: Identificación de puntos en la superficie de los conductores [1]

Se encuentra que los lugares en los que se produce la intensidad de campo máxima en cada conductor son, bien el punto *A*, bien cualquier otro punto a su alrededor, siempre entre *D* y *D'*, o sea en puntos situados en $\pm 30^\circ$ alrededor de *A*, de acuerdo con el convenio de la Figura 5.

En las gráficas de la Figura 6 se presentan las localizaciones en las que se produce la intensidad de campo máxima, y como se puede ver, las gráficas correspondientes a los diferentes tamaños de conductor prácticamente se superponen, estando las diferencias dentro del límite de precisión de los cálculos, que en este caso es un grado. Se comprueba por tanto que, para igual valor del parámetro d/R , la intensidad de campo máxima aparece siempre en la misma localización independientemente del radio del conductor.

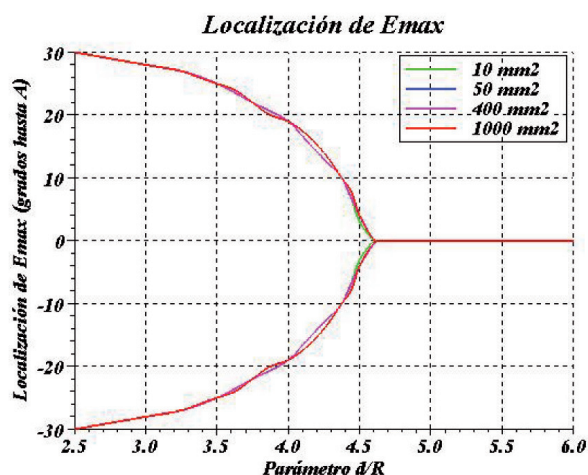


Fig. 6: Localización de la *Emax* sobre la superficie de los conductores

Sólo se representan datos hasta una distancia entre conductores de $6R$ porque la localización de la intensidad de campo máxima permanece en el mismo lugar, punto *A*, a partir de una distancia de $4.6R$. Por debajo de la distancia de $4.6R$, la intensidad de campo máxima aparece en dos lugares diferen-

tes, simétricos con relación al punto *A*.

Resultados análogos se encuentran al estudiar las distribuciones de potencial que dan lugar a la intensidad de campo máxima. En la Figura 7 se presentan, en el instante de aparecer la intensidad de campo máxima sobre un conductor, los valores de las diferencias de potencial entre éste y cada uno de los otros dos, referidas a la tensión de línea. Como se observa, las gráficas de los diferentes radios de los conductores prácticamente se superponen. Esto muestra como, para igual valor del parámetro d/R , la intensidad de campo máxima se produce siempre con los mismos valores de diferencia de potencial entre los conductores, independientemente de su radio.

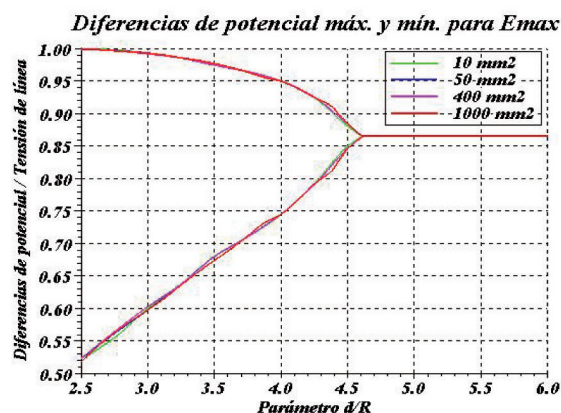


Fig. 7: Diferencias de potencial entre el conductor que sufre la *Emax* y los otros dos

También se ve que, para distancias entre conductores inferiores a $4.6R$, las dos diferencias de potencial no son iguales, aunque sus valores van igualándose conforme se consideran distancias entre conductores cada vez mayores. A partir de una distancia de $4.6R$, sí son iguales y presentan un valor de 0.866 veces la tensión de línea. Siguiendo a Gomollón y Palau [1], a la distancia $4.6R$ se le denomina aquí distancia crítica y determina que, a partir de ella, la intensidad de campo máxima aparece en un conductor cuando éste se encuentra en su pico de tensión y los otros dos en la mitad del dicho valor pero con signo contrario. Esta distribución de tensiones es con la que se suelen resolver este tipo de configuraciones trifásicas cuando no se resuelve el problema de máximos espacio-temporales sino sólo un problema de máximos espaciales [4][6][8][9], pero como se ve, esta distribución no siempre proporciona la situación más desfavorable.

5. INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LOS CONDUCTORES

La longitud de los conductores afecta al campo eléctrico a través de los efectos de borde. Éstos, aunque afectan a todo el conductor y más cuanto menor sea su longitud, lo hacen más intensamente en sus extremos por lo que, para minimizar su influencia, los resultados del apartado anterior se han buscado en el plano medio de largos conductores.

Sin embargo estos efectos no son nulos por lo que es necesario cuantificarlos. Para ello, la configuración se ha estudiado

con conductores de otras muchas longitudes, y se ha encontrado que los efectos de borde pueden afectar significativamente al valor de la intensidad de campo máxima, aunque no a su localización circunferencial ni a la distribución de potenciales que dan lugar a la misma.

Así, en primer lugar se ha buscado, para cada valor del parámetro d/R , una longitud mínima a partir de la cual los efectos de borde en el plano medio sean lo suficientemente pequeños (ver Figura 8).

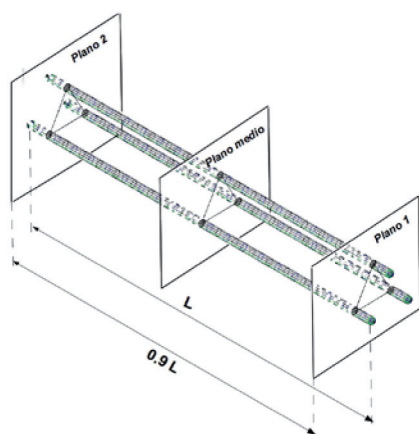


Fig. 8: Planos definidos en la configuración

En segundo lugar se ha buscado una longitud mínima a partir de la cual los efectos de borde estén muy limitados en la zona de los conductores comprendida entre los planos 1 y 2 de la Figura 8, y que abarca el 90% de los mismos. Los conductores se han cerrado con pequeñas semiesferas para eliminar el efecto de su remate brusco, pues éste distorsionaría los resultados.

De esta forma, en primer lugar, para cada valor del parámetro d/R se ha encontrado una longitud L de conductor que garantiza que aumentos posteriores de la misma producen variaciones inferiores al 0.1% en el valor de la intensidad de campo máxima en su plano medio. Para este estudio se han considerado longitudes de hasta 2 000 veces la distancia entre conductores, aunque a partir de una longitud de 100 veces esa distancia ya no se detectan variaciones en la 5ª cifra significativa de la intensidad de campo máxima.

En la Figura 9 se representa, para cada valor del parámetro d/R , el cociente entre la longitud L encontrada y la distancia d entre los conductores. Como se ve en la figura, inicialmente el cociente L/d aumenta rápidamente conforme aumenta el parámetro d/R , de forma que se pasa de un valor de menos de uno para $d/R=2.5$, hasta algo más de 12.5 para configuraciones con $d/R=20$. A partir de este valor del parámetro d/R , el cociente L/d aumenta lentamente hasta un valor de 13.5 para $d/R=100$.

Estos resultados muestran que, en general, los valores encontrados en el apartado 4 están dentro del límite de variación del 0.1% pues la longitud considerada para los conductores supera los límites de la gráfica de la Figura 9, excepto en los montajes más distantes de los conductores de 1 000 mm². Pero aún en estos casos, la variación que produce el aumento de sus longitudes es inferior al 0.2%.

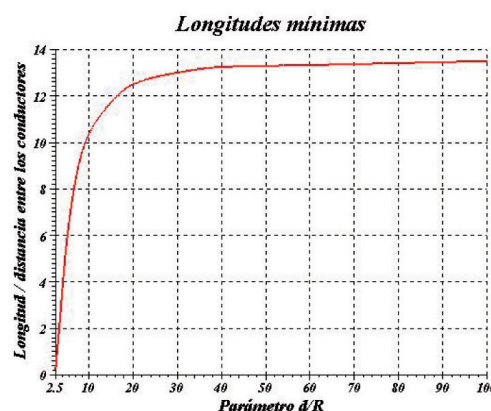


Fig. 9: Mínima longitud de los conductores que limita al 0.1% los efectos de borde en el plano medio

También se observa que los conductores de 10 mm² del apartado 4 tienen siempre una longitud superior a 100 veces la distancia entre ellos, por lo que sus valores de intensidad de campo máxima mostrados en las Figuras 3 y 4, se pueden considerar libres de la influencia de los efectos de borde hasta la 5ª cifra significativa. La Ecuación 6 puede proporcionar los valores correspondientes para cualquier otra sección de conductor.

Cuando posteriormente se busca la intensidad de campo máxima en una zona amplia de los conductores como la comprendida entre los planos 1 y 2 de la Figura 8, ésta siempre se encuentra en las zonas más alejadas del plano medio, es decir en los planos 1 y 2. Buscando la longitud L' que garantice que esta intensidad de campo máxima se diferencie en menos del 1% del valor encontrado en el plano medio, se encuentran los resultados mostrados en la Figura 10. En ésta se representa, para cada valor del parámetro d/R , el cociente entre la longitud L' encontrada y la distancia d entre los conductores.

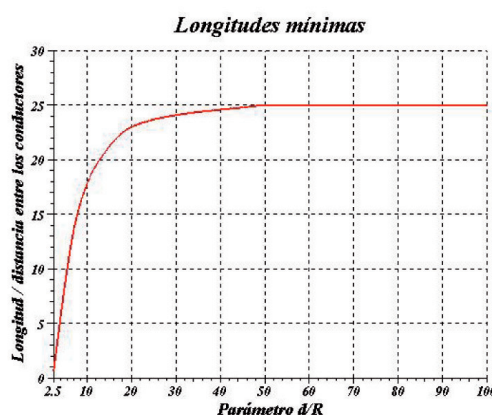


Fig. 10: Mínima longitud de los conductores que limita al 1% los efectos de borde en el 90% central de los conductores

Como se ve, inicialmente el cociente L'/d aumenta muy rápidamente con el valor del parámetro d/R , hasta llegar a valer 23 para configuraciones con $d/R=20$. A partir de este valor del parámetro, el cociente L'/d aumenta lentamente hasta 25 para $d/R=50$, manteniéndose en ese valor hasta $d/R=100$.

6. COMPORTAMIENTO EN FUNCIONAMIENTO DESEQUILIBRADO

Se presenta ahora la respuesta de esta configuración frente a desequilibrios en el sistema de tensiones. Se han considerado los desequilibrios indicados en la Figura 11.

Como se puede observar, los dos primeros consisten en un desplazamiento del centro del diagrama de tensiones en dos direcciones diferentes. Se trata de los desequilibrios denominados 1 y 2, en los que las tensiones de línea se mantienen constantes. Se han considerado seis grados de cada uno de estos dos desequilibrios, presentándose aquí los resultados de sólo uno de ellos. También se ha estudiado la respuesta de la configuración a la caída a cero de una de las tensiones de fase, lo que se ha denominado desequilibrio 3.

También se ha estudiado su respuesta ante posibles desequilibrios en las tensiones de línea, que serían los desequilibrios 4 y 5 mostrados en la Figura 11. Como se puede observar, en el desequilibrio 4 se da un aumento en una de las tensiones de línea, mientras que en el desequilibrio 5 se produce un aumento en dos de ellas de forma simétrica. Se han considerado cinco grados de cada uno de estos desequilibrios, presentándose aquí los resultados de uno de ellos.

Las características de estos desequilibrios se presentan en las Tablas I y II. También se indican los máximos incrementos de sus tensiones de fase o línea, con relación a los valores en el funcionamiento equilibrado.

En la Figura 12 se muestra el incremento de la intensidad de campo máxima con relación a la del equilibrio, para todos los desequilibrios y para distancias entre conductores de entre $2.5R$ y $100R$.

Como se ve, la pérdida de tensión en una fase (desequilibrio 3) produce una disminución en el valor de la intensidad de campo máxima que es del orden del 10% para distancias entre conductores superiores a $15R$, aunque dicha disminución es inferior al 5% para distancias inferiores a $5R$, y es nula para distancias entre conductores inferiores a $2.5R$, evidentemente

debido a que, a estas distancias, es determinante la diferencia de potencial existente entre los dos conductores cuya tensión de línea no varía.

En los demás desequilibrios se produce un aumento en la intensidad de campo máxima, pero dicho aumento es muy desigual y muestra la diferente influencia que en la intensidad de campo máxima tienen los desequilibrios en la tensión de fase y los desequilibrios en la tensión de línea.

Relación entre E_{max} en desequilibrio y E_{max} en equilibrio

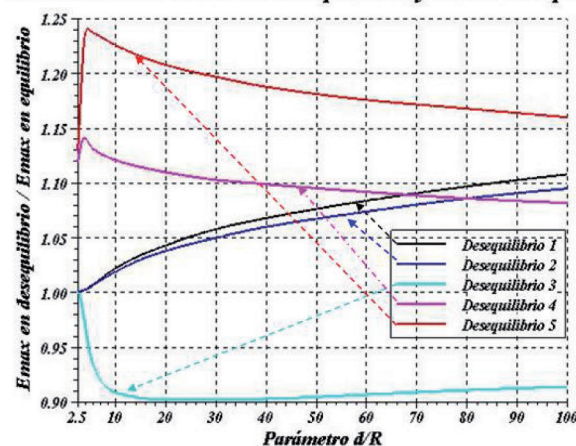


Fig. 12: Incremento del E_{max} sobre su valor en el equilibrio

Así, cuando aumenta la tensión de fase pero se mantiene equilibrada la tensión de línea (desequilibrios 1 y 2), la intensidad de campo máxima se incrementa cada vez más conforme se estudian montajes con conductores cada vez más separados. Sin embargo es un incremento muy lento: hay que llegar a configuraciones en las que la distancia entre conductores es superior a $100R$ para encontrar aumentos en la intensidad de campo máxima que superen ligeramente el 10%. Y hay



Fig. 11: Desequilibrios considerados

TABLA I. TENSIONES DE FASE EN LOS DESEQUILIBRIOS 1, 2 Y 3

	Fase 1 kV	Fase 2 kV	Fase 3 kV	Incremento tensión de fase
Desequilibrio tipo 1	1.30000	0.88882	0.88882	30 %
Desequilibrio tipo 2	1.26871	0.755238	1.04403	26,9 %
Desequilibrio tipo 3	1	0	1	0 %

TABLA II. ÁNGULOS DE FASE EN LOS DESEQUILIBRIOS 4 Y 5

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Incremento tensión línea
Desequilibrio tipo 4	0	120°	210°	11,5%
Desequilibrio tipo 5	0	150°	210°	2 x 11,5%

que tener en cuenta que hay un incremento del 30% en una de las tensiones de fase. Con mayores grados de desequilibrio, es decir con incrementos mayores en la tensión de fase, del orden del 60%, y a distancias entre conductores de $100R$, los aumentos en la intensidad de campo máxima no suben del 23%. Se comprueba así que esta configuración se muestra relativamente estable frente a estos desequilibrios en la tensión de fase, sobre todo para pequeñas distancias entre conductores.

Sin embargo, cuando se producen aumentos en la tensión de línea del 11.5% (desequilibrios 4 y 5), se producen aumentos en la intensidad de campo máxima que pueden llegar a ser del orden de 25% sobre su valor en el equilibrio. Como se ve en la Figura 12, cuando los conductores están muy próximos, a $2.5R$, la gráfica muestra incrementos en la intensidad de campo máxima que, lógicamente, son del mismo orden que el aumento en la tensión de línea. Conforme se consideran conductores más alejados de $2.5R$, se observa en la figura que la intensidad de campo máxima sufre incrementos paulatinamente mayores con relación a su valor en el equilibrio, hasta llegar a un máximo con una distancia entre conductores relativamente pequeña. En montajes con una distancia mayor entre conductores, el incremento de la intensidad de campo máxima se va haciendo menor. Se puede observar en la Figura 12 que el máximo aumento en la intensidad de campo máxima se produce en montajes en torno a la distancia crítica del equilibrio. Se puede observar también que a distancias de $100R$ entre conductores, los incrementos de la intensidad de campo máxima aún son del orden del 8% en el desequilibrio 4, y del 16% en el desequilibrio 5.

En el caso de grados de desequilibrio aún mayores, en los que se producen aumentos en la tensión de línea del orden del 14%, la intensidad de campo máxima en montajes con distancias entre conductores de $100R$, aún sufre unos incrementos del orden del 10% en el desequilibrio 4 y del 20% en el desequilibrio 5. En montajes con distancias en torno a la crítica del equilibrio se dan los máximos incrementos, superiores al 17% en el desequilibrio 4 y al 30% en el desequilibrio 5.

En cuanto a la localización de la intensidad de campo máxima en la superficie de un conductor, debido a como se han tomado las tensiones, ésta siempre aparece en el conductor superior (según Figura 2) en la zona comprendida entre los puntos A y D de la Figura 5. Evidentemente, en los casos de distribuciones simétricas de las tensiones de fase, también aparece en la zona del conductor comprendida entre A y D' , lo que aparece indicado en la Figura 13. Sólo se presentan valores de d/R hasta 40 por ser así la figura más ilustrativa.

En esta Figura 13 se presentan las localizaciones de la intensidad de campo máxima sobre la superficie de los conductores de acuerdo con el convenio de la Figura 5. Como se observa, las gráficas del funcionamiento equilibrado, del desequilibrio 1, la primera parte de la del desequilibrio 2 y la última parte de la del desequilibrio 5, se superponen totalmente. Además, en el desequilibrio 5, la intensidad de campo máxima se localiza en el punto A para distancias entre conductores iguales o superiores a $3.5R$. Estos datos apuntan a que el concepto de distancia crítica del funcionamiento equilibrado tiene una cierta validez también en desequilibrios simétricos, como el desequilibrio 5 y el desequilibrio 1, aunque en el caso del desequilibrio en la tensión de línea, disminuya su valor. También en el caso del desequilibrio 2 la intensidad de campo

máxima llega a localizarse muy próxima al punto A con la distancia crítica del equilibrio pero para distancias mayores, tiende a separarse de este ligeramente.

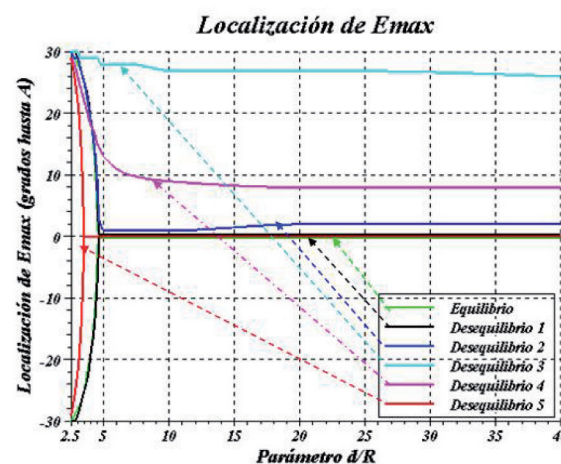


Fig. 13: Localización de la intensidad de campo máxima

Sin embargo en el caso de los desequilibrios 3 y 4 la intensidad de campo máxima se presenta siempre en puntos del conductor superior más próximos al conductor inferior izquierdo (ver Figura 5), lo que es coherente con la importancia de la mayor tensión de línea entre estos dos conductores. Así, en el caso del desequilibrio 4, la intensidad de campo máxima se estabiliza en un punto a aproximadamente 8° del punto A a partir de una distancia entre conductores de $10R$. En el desequilibrio 3, la intensidad de campo máxima nunca se presenta en puntos más alejados de 4° del punto D , lo que, lógicamente se debe a la gran diferencia entre las tensiones de línea V_{13} y V_{12} .

La distribución de potenciales en los conductores en el momento de producirse la intensidad de campo máxima confirma las consideraciones anteriores. En las dos figuras siguientes, 14 y 15, se presentan los resultados de las dos diferencias de potencial que se producen entre el conductor afectado por la intensidad de campo máxima y cada uno de los otros dos. Para facilitar su análisis, se presentan por separado las diferencias de potencial en los casos de tensiones simétricas, Figura 14, y los de tensiones asimétricas, Figura 15. Se presentan datos sólo hasta $d/R=40$ por ser así la figura más ilustrativa.

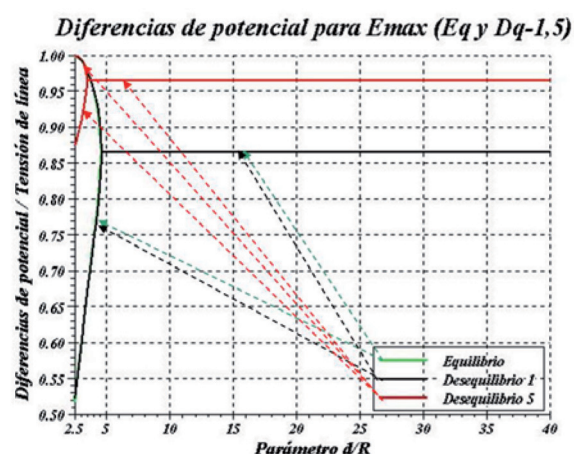


Fig. 14: Diferencias de potencial entre el conductor afectado por la Emax, y los otros dos (tensiones simétricas)

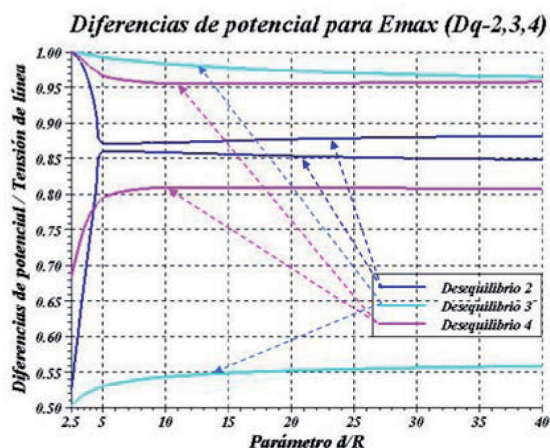


Fig.15: Diferencias de potencial entre el conductor afectado por la Emax, y los otros dos (tensiones no simétricas)

En la Figura 14 se ve que las gráficas del funcionamiento equilibrado y del desequilibrio tipo 1 se superponen completamente y resultan indistinguibles. También lo hace la diferencia de potencial mayor del desequilibrio 5, hasta su correspondiente distancia crítica. Las gráficas del desequilibrio 2, que se presentan en la figura 15, también se superponen a las del equilibrio y desequilibrio 1 hasta la distancia crítica del equilibrio.

Como se ve, en los tres casos de sistema de tensiones simétrico, a partir de determinada distancia entre conductores, la distribución de tensiones que provoca la aparición de la intensidad de campo máxima en un conductor es aquella en la que éste alcanza su pico de tensión y los otros dos igualan las suyas, por lo que el concepto de distancia crítica se puede generalizar a estos casos, aunque no tome el mismo valor cuando el desequilibrio es en la tensión de línea. Se comprueba que grados superiores de este desequilibrio 5 aún acortan más la distancia crítica. Sin embargo, grados adicionales del desequilibrio 1 mantienen su distancia crítica igual a la del equilibrio.

Por su parte, en la Figura 15 en la que se presentan las gráficas correspondientes a los desequilibrios con tensiones asimétricas, se ve que no hay distancia crítica pues las dos diferencias de potencial no se igualan nunca. También se ve como, salvo en el desequilibrio 2, una de las diferencias de potencial permanece

siempre sensiblemente mayor que la otra. Esto muestra, que, en estos tres casos, la influencia de la diferencia de potencial entre solamente dos de los conductores sigue siendo importante en la aparición de la intensidad de campo máxima, y más importante en el caso de los desequilibrios en las tensiones de línea. Se comprueba también que grados mayores de los desequilibrios 2 y 4 aún hacen más acusada esta tendencia, aumentando la diferencia entre las dos diferencias de potencial en todos los casos.

7. CONCLUSIONES

Se ha demostrado la idoneidad del parámetro d/R para describir esta configuración, permitiendo establecer que, en funcionamiento equilibrado, el producto de la intensidad de campo máxima por el radio del conductor es sólo función del parámetro d/R , y se ha encontrado una función analítica que ajusta el valor de este producto hasta $d/R=100$, con un máximo de desviación del 2%. También se encuentra que tanto la localización de la intensidad de campo máxima como la diferencia de potencial que la produce son sólo función del valor del parámetro d/R . Además se han determinado longitudes de los conductores a partir de las cuales los valores calculados de intensidad de campo máxima tienen un margen de validez amplio y conocido.

Se comprueba también que para pequeñas distancias entre conductores, este sistema es bastante estable frente a desequilibrios en la tensión de fase, pero no lo es frente a desequilibrios en la tensión de línea. En lo que concierne a la localización de la intensidad de campo máxima sobre la superficie de los conductores y la distribución de potenciales que la provocan, los desequilibrios en la tensión de fase apenas producen modificaciones significativas con relación al funcionamiento equilibrado, pero sí las producen los desequilibrios en la tensión de línea.

En el funcionamiento equilibrado y en los desequilibrios con diagrama de tensiones simétrico, existe un valor crítico del parámetro d/R por encima del cual, la intensidad de campo máxima se produce cuando el conductor afectado alcanza su pico de tensión y los otros dos igualan la suya. Este valor crítico coincide en el caso equilibrado y en los desequilibrados en la tensión de fase, pero no en los desequilibrados en la tensión de línea.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Gomollón J, Palau R. "Steady State 3D-Field Calculations in 3-Phase Systems with Surface Charge Method". *IEEE Trans. Power Delivery*. 2005, Vol. 20 p.919-924. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TPWRD.2005.844275>)
- [2] Singer H, Steinbigler H, Weiss P. "A Charge Simulation Method for the Calculation of High Voltage Fields". *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* 1974, Vol. 93 p.1960-1968. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TPAS.1974.293898>)
- [3] Liu X, Cao Y, Wang E. "Numerical Simulation of Electric Field With Open Boundary Using Intelligent Optimum Charge Simulation Method". *IEE Trans. On Magnetics*. 2006, Vol. 42, No. 4, p.1159-1162. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2006.872479>)
- [4] Singer H. "Feldstärkeberechnung mit Hilfe von Flächenladungen und Flächenströmen". *Archiv für Elektrotechnik*, 1984, Vol. 67. Springer-Verlag, p.309-316. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01579787>)
- [5] Sato, S, Zaengl, WS. "Effective 3-dimensional electric field calculation by surface charge simulation method". *Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and*

- Education - Reviews, IEE Proceedings A*. 1986, Vol. 133, Issue: 2, p.77-83. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/ip-a-1.1986.0011>)
- [6] Shizuo, L. "Electric Field Calculation of ± 800 kV Transmission Lines by Surface Charge Method". *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), Asia-Pacific. IEEE CONF. PUBLICATIONS*. 2011, p.1-4. (DOI: [10.1109/APPEEC.2011.5748725](http://dx.doi.org/10.1109/APPEEC.2011.5748725))
- [7] Gutfleisch F, Singer H, Forger K et al. "Calculation of high-voltage fields by means of the boundary element method". *IEEE Trans. Power Delivery*. 1994, Vol. 9 p.743-749. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/61.296252>)
- [8] Que W, Sebo S.A. "Electric Field and Potential Distributions along Non-Ceramic Insulators with water droplets". *Electrical Insulation Conference and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference*, p.441-444. Cincinnati, Ohio, EUA, 2001. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/EEIC.2001.965729>)
- [9] Motrescu V.C., van Rienen, U. "Computation of currents induced by ELF electric fields in anisotropic human tissues using the Finite Integration Technique". *Advances in Radio Science*. 2005, Vol. 3, p.227-231. (DOI: <http://dx.doi.org/10.5194/ars-3-227-2005>)