

Modelo para el análisis experimental de esfuerzos intralaminares en materiales compuestos laminados sujetos a carga axial



Model for the experimental analysis of intralaminar stresses in composite materials subjected to axial load



Mario Acosta-Flores¹, Eusebio Jiménez-López², José Alfredo Rodríguez-Ramírez¹

¹ Universidad Autónoma del Estado de Morelos (Méjico)

² Universidad La Salle Noroeste-UTS-IIMM (Méjico)

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7490> | Recibido: 02/12/2014 • Aceptado: 08/10/2015

ABSTRACT

The laminated composite materials, commonly used in the automotive and aerospace industries, presents interlaminar strains in his constituent layers when subjected to external loads, due to the difference in elastic properties of its components. These stresses causes delaminations or flaws called ply separation in the laminated composites. This article describes the development of a simple analytical model establishing which is used to analyze problems related to axial load laminated composites. With the model can determine the values of the interlaminar strains and global (average) whenever deformation values are known (through instrumentation) measured at the borders of the beams. The model consists of: a) a global constitutive model or complete laminate, and b) for each layer constituting the laminate to form models. To evaluate the mechanical model representative, laminated metal joists and orthotropic joists with epoxy resin layers reinforced with glass fibers were analyzed. Were instrumented specific points located on the boundaries of the compounds with electrical strain gauges, and the specimens were tested using simple tension. The results obtained showed that the model is reliable and representative, and that can determine the interlaminar and global strais in composite laminates.

Keywords: Composite materials, interlaminar strains, experimental methods, electrical electrical extensometry, axial load.

Modelos constitutivos para cada capa que conforman al laminado. Para evaluar la representatividad mecánica del modelo se analizaron vigas compuestas laminadas metálicas y vigas compuestas con capas ortotrópicas de resina epóxica reforzadas con fibras de vidrio. Fueron instrumentados puntos específicos localizados en las fronteras de los compuestos con extensómetros eléctricos y las probetas se sometieron a pruebas de tensión simple.

Los resultados obtenidos mostraron que el modelo obtenido es confiable y representativo, y que se pueden determinar los esfuerzos interlaminares y globales en compuestos laminados.

Palabras clave: Materiales compuestos, Esfuerzos Interlaminares, Métodos Experimentales, Extensometría Eléctrica, Carga Axial.

INTRODUCCIÓN

El análisis experimental de esfuerzos en el campo de los materiales compuestos es fundamental en la investigación y el desarrollo tecnológico, pues cuando el análisis de esfuerzos se realiza a partir de medidas experimentales, éste lleva implícito el efecto mecánico de variables no bien caracterizadas e incluso no identificadas que en muchos de los casos no son posibles de incluir eficientemente en un modelo teórico [1].

Debido a la necesidad de predecir el comportamiento mecánico de materiales compuestos laminados (compuestos constituidos por capas delgadas) se han desarrollado diversos estudios cuya solución es aproximada y limitada a geometrías simples. En esta situación se encuentra la teoría clásica de láminas [2]. Un área de interés es el estudio de los esfuerzos interlaminares. Estos esfuerzos son

RESUMEN

Los materiales compuestos laminados, usados comúnmente en la industria automotriz y aeroespacial, presentan esfuerzos interlaminares en las capas que los constituyen cuando son sometidos a cargas externas, debido a la diferencia en las propiedades elásticas de sus componentes. Dichos esfuerzos originan fallas llamadas delaminación o separación de las capas en los compuestos laminados.

En este artículo se presenta el desarrollo de un modelo analítico constitutivo simple, el cual se utiliza para analizar problemas de carga axial relacionados con materiales compuestos laminados. Con el modelo se pueden determinar los valores de los esfuerzos interlaminares y globales (promedio) siempre que se conozcan los valores de las deformaciones (por medio de instrumentación) medidas en las fronteras de las vigas. El modelo está integrado por: a) Un modelo constitutivo global o laminado completo y b)

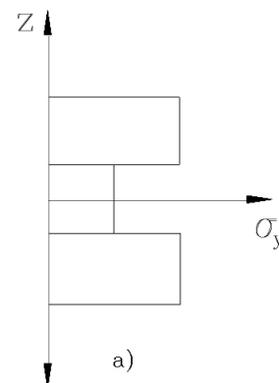


Fig. 1: Distribución asumida de esfuerzo intralaminar (local) para un MCL de tres capas

máximos en los bordes laterales libres donde generan fallas por delaminación [3]. En la actualidad se están desarrollando teorías de soluciones aproximadas. Por ejemplo, en [4] se propone un modelo variacional global-local con el cual se pueden definir funciones a

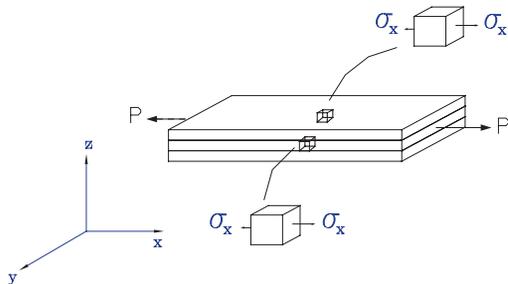


Fig. 2: Modelo global, problema uniaxial de esfuerzos en todos los puntos de la lámina

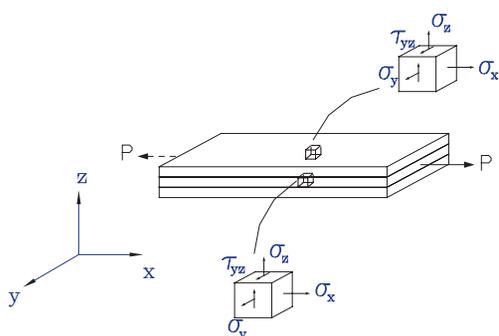


Fig. 3: Modelo local, problema triaxial de esfuerzos en todos los puntos

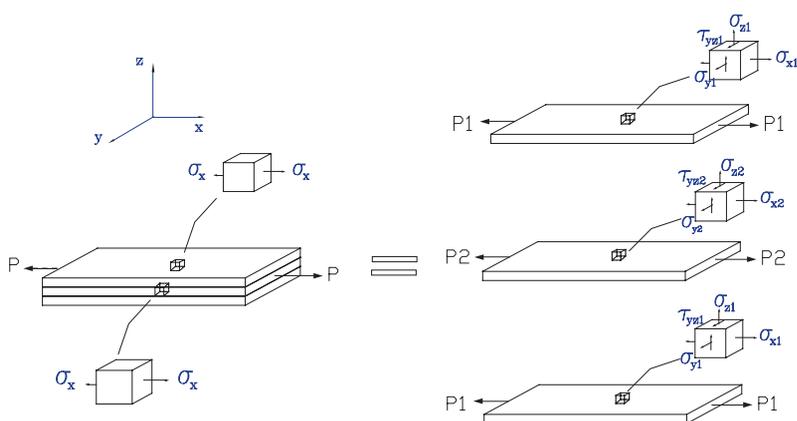


Fig. 5: Modelo total real del problema de tensión simple

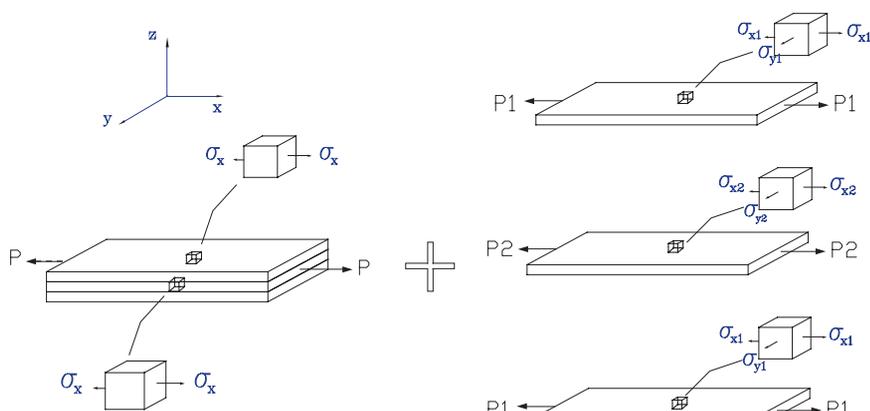


Fig. 6: Modelo constitutivo resultante

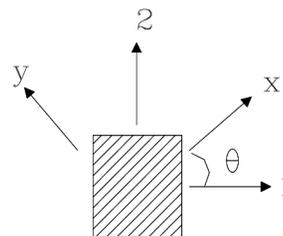


Fig. 4: Ángulo θ con respecto a la orientación de las fibras o ejes principales

nivel local y analizar el resto del problema con propiedades globales. Algunas de las teorías desarrolladas para el análisis de esfuerzos interlaminares son:

- 1) Teoría de análisis capa a capa [5].
- 2) Teorías de esfuerzos cortantes transversales [6].
- 3) Teorías de superposición local-global [7].
- 4) Mejora de la teoría clásica de láminas considerando la existencia de la interface [8].

En [9] se propuso un procedimiento iterativo para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias al aplicar el *método de Kantorovich*. En [10, 14] se analizaron los efectos de concentración de cargas, las propiedades de las componentes y las relaciones geométricas en los esfuerzos interlaminares en los bordes libres, utilizando la teoría de capas de Reddy [5, 7]

El análisis experimental de esfuerzos planos intralaminares (esfuerzos internos que se presentan en cada una de las capas que constituyen una lámina), en materiales compuestos se ha tratado poco en la literatura. Además, las idealizaciones hechas en los

modelos desarrollados hacen que el análisis del comportamiento mecánico tenga imprecisiones. En el presente trabajo se propone un modelo analítico constitutivo y lineal, el cual es utilizado para que, en forma práctica y experimental, se puedan determinar esfuerzos promedio y esfuerzos intralaminares en *Materiales Compuestos Laminados* (MCL) simétricos, producidos en problemas de carga axial a tensión (siempre y cuando se puedan medir experimentalmente deformaciones en las fronteras). Para evaluar el modelo se aplicó un método inverso, y se instrumentaron y analizaron dos probetas constituidas por capas metálicas isotrópicas y dos constituidas por capas ortotrópicas.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

MODELOS ANALÍTICOS PARA CARGA AXIAL

En este trabajo se utilizó el *Principio de Superposición* para desarrollar los modelos, puesto que se consideró que los problemas de carga axial son lineales a tensión. Con dichos modelos fue posible analizar experimentalmente el estado de esfuerzos, tanto promedio global como local (intralaminar) en el plano, determinando no sólo el estado de esfuerzos promedio de un punto instrumentado, sino también su variación a través del espesor de cada una de las capas.

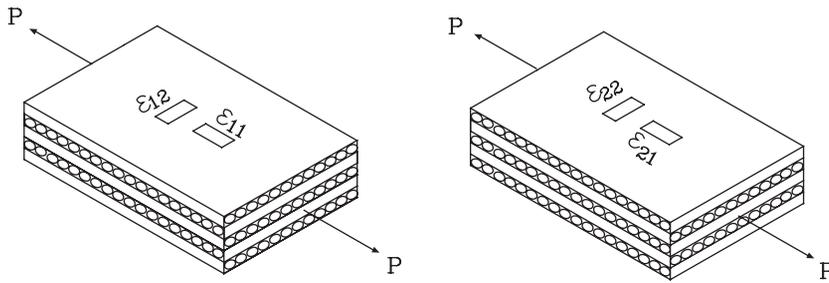


Fig. 7: Probetas de MCL con capas ortotrópicas sujetas a tensión simple

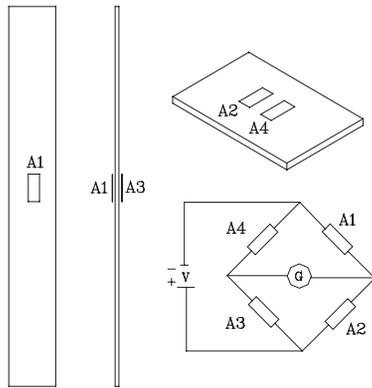


Fig. 8: Conexión en arreglo de puente completo

El modelo en estudio fue desarrollado considerando las siguientes restricciones:

- a) El comportamiento mecánico de los Materiales Compuestos Laminados (MCL) sometidos a carga axial de tensión es lineal.
- b) Las capas de la lámina son relativamente delgadas.
- c) El material compuesto laminado es simétrico.
- d) Se asume homogeneidad en cada capa.
- e) Los materiales que lo conforman tienen comportamiento elástico-lineal
- f) La unión entre las capas es perfecta.

2.1. MODELO LINEAL DE CARGA AXIAL EN LAMINADOS COMPUESTOS SIMÉTRICOS

El modelo de esfuerzos desarrollado para un MCL sometido a cargas de tensión o de compresión (sin pandeo), es lineal y constitutivo. Al utilizar el Principio de Superposición se genera un problema global de esfuerzos para la lámina compuesta y un conjunto de problemas locales para las capas constituyentes. Con el modelo es posible determinar la distribución de esfuerzos promedio global σ_{Gx} y σ_{Gy} , y la distribución local de esfuerzos a través del espesor de las capas, es decir, se pueden conocer los esfuerzos intralaminares (normales y transversales) σ_{Lx} , σ_{Ly} y τ_{LyZ} . Con los modelos también es posible determinar las siguientes propiedades elásticas: 1) Promedio de todo el compuesto (Módulos de Young E_{Gx} , E_{Gy} y relación de Poisson n_{Gxy}) y 2) Las propiedades asociadas con las componentes (Módulos de Young E_{Lx} , E_{Ly} y la relación de Poisson n_{Lxy}).

El modelo global de carga axial considera que el estado de esfuerzos es homogéneo en todo el MCL y el problema es de esfuerzos planos. Por las premisas de linealidad en el modelo y de uniformidad en la distribución de deformaciones en la viga sometida a tensión simple, el comportamiento mecánico en las capas fue considerado como un problema de esfuerzos planos, con distribución promedio uniforme a través del espesor de la capa (ver Figura 1), del esfuerzo normal s_{Ly} .

2.1.1. Análisis de esfuerzos global: carga axial

El comportamiento mecánico global (compuesto laminado total) se asume homogéneo y es, en promedio, función del comportamiento mecánico de todas las capas. Si se toma en cuenta una prueba de tensión simple realizada a un MCL (lejos de la aplicación de las cargas), el estado de esfuerzos promedio se considera uniaxial (ver Figura 2).

Para el estudio del problema global se asume que en todo el MCL el estado de deformaciones es homogéneo, por lo que las deformaciones ϵ_1 y ϵ_2 en alguna dirección diferente a los ejes de simetría del laminado (1 y 2) son constantes en todos los puntos, esto es:

$$\begin{aligned} \epsilon_1(z) &= \epsilon_1^\circ \\ \epsilon_2(z) &= \epsilon_2^\circ \end{aligned} \quad (1)$$

Los esfuerzos globales promedio en forma general se representan por las ecuaciones constitutivas siguientes [2]:

$$\sigma_{G1} = (1/h)[A_{11}\epsilon_1^\circ + A_{12}\epsilon_2^\circ] \quad (2)$$

$$\sigma_{G2} = (1/h)[A_{21}\epsilon_1^\circ + A_{22}\epsilon_2^\circ]$$

Aquí, las A_{ij} son constantes equivalentes promedio y son funciones de las propiedades de todas las capas que componen el laminado en las direcciones 1 y 2, h es el espesor de la lámina, los términos ϵ_1° y ϵ_2° son las deformaciones para un estado de deformaciones homogéneo y σ_{G1} , σ_{G2} son los esfuerzos globales promedio en las direcciones 1 y 2.

2.1.2. Esfuerzos intralaminares

Si se considera un MCL sujeto a tensión simple, al estado de esfuerzos generado en los puntos internos de cada una de las capas (análisis local), se le llamará *estado de esfuerzos intralaminar*, y a las componentes de esfuerzos se les denominará *esfuerzos intralaminares* (σ_{Lx} , σ_{Ly} , τ_{LyZ}).

El nivel de los esfuerzos intralaminares (σ_{Lx} , σ_{Ly} y τ_{LyZ}), tomando como ejemplo una prueba de tensión simple, es función de las propiedades elásticas de las capas constituyentes y de sus condiciones de frontera. En la realidad el estado de esfuerzos es triaxial (ver Figura 3). Las fuerzas cortantes en las caras de las capas dependen de la ubicación y de la orientación de las capas en el compuesto.

Las ecuaciones constitutivas relacionadas con el problema de esfuerzos planos en una capa y en una dirección diferente a los ejes de simetría son [2]:

$$\sigma_{L1} = Q_{11}\epsilon_1^\circ + Q_{12}\epsilon_2^\circ \quad (3)$$

$$\sigma_{L2} = Q_{21}\epsilon_1^\circ + Q_{22}\epsilon_2^\circ$$

Aquí, σ_{L1} y σ_{L2} son los esfuerzos normales en la capa, Q_{11} , Q_{21} y Q_{22} son las constantes para cada capa constituyente y para las direcciones arbitrarias 1 y 2, las cuales se definen en función de las constantes con respecto a los ejes de simetría x y y de cada capa de la manera siguiente [2]:



Fig. 9: Prueba de tensión simple, MCL metálico A-L-A, acercamiento

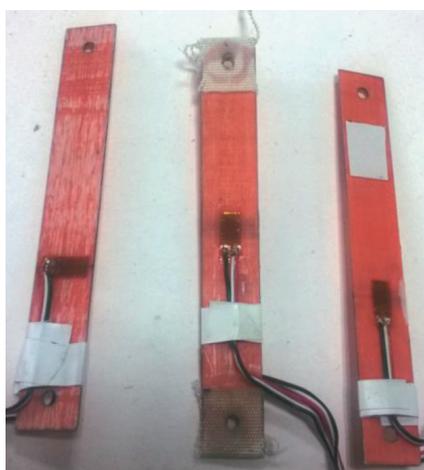


Fig. 10: Probetas de MCL ortotrópico

Módulo de Young del aluminio (E_A) GPa	66.5
Relación de Poisson del aluminio (ν_A)	0.34
Módulo de Young del latón (E_L) GPa	98
Relación de Poisson del latón (ν_L)	0.307

Tabla 1. Propiedades elásticas del aluminio y latón

$$Q_{11} = m^4 Q_{xx} + 2m^2 n^2 Q_{xy} + n^4 Q_{yy}$$

$$Q_{21} = 2m^2 n^2 Q_{xx} + (m^4 + n^4) Q_{xy} + m^2 n^2 Q_{yy}$$

$$Q_{22} = n^4 Q_{xx} + 2m^2 n^2 Q_{xy} + m^4 Q_{yy}$$

Donde m y n son (ver Figura 4):

$$n = \text{sen } \theta$$

$$m = \text{cos } \theta$$

(4)

(5)

Probeta 1 (A-L-A)	(MPa)	Probeta 2 (L-A-L)	(MPa)
σ_{XP1}	3.37	σ_{XP2}	2.78
σ_{YP1}	0	σ_{YP2}	0
σ_{XA1}	2.9	σ_{XA2}	2.1
σ_{XL1}	4.36	σ_{XL2}	3.14
σ_{YA1}	0.05	σ_{YA2}	0.065
σ_{YL1}	-0.105	σ_{YL2}	-0.034

Tabla 2. Esfuerzos globales e intralaminares del MCL, pruebas de tensión simple

	Constantes reales (Gpa)	Constantes Evaluadas (Gpa)	% desviación
Módulo de Young del aluminio (E_A)	66.5	67.8	2.02
Relación de Poisson del aluminio (ν_A)	0.34	0.34268	0.79
Módulo del Young del latón (E_L)	98	103.25	5.35
Relación de Poisson del latón (ν_L)	0.307	0.305	-0.52

Tabla 3. Constantes obtenidas para evaluar el modelo de esfuerzos en las prueba de tensión simple

Constantes	Efectivas
E_x	53 GPa
E_y	23.3 GPa
ν_{xy}	0.23
ν_{yx}	0.1
G_{xy}	8.35 GPa

Tabla 4. Constantes de las capas ortotrópicas obtenidas experimentalmente

Las constantes de las ecuaciones (4) se definen en función de las constantes ingenieriles:

$$Q_{xx} = ((E_x)/(1-\nu_x \nu_y))$$

$$Q_{yy} = ((E_y)/(1-\nu_x \nu_y))$$

$$Q_{xy} = ((\nu_y E_x)/(1-\nu_x \nu_y)) \tag{6}$$

$$Q_{yx} = ((\nu_x E_y)/(1-\nu_x \nu_y))$$

$$Q_s = \varepsilon_s$$

2.1.3. Principio de Superposición

Los modelos propuestos en este trabajo se consideran lineales por lo que es posible utilizar el Principio de Superposición [11]. El estado de esfuerzos globales (promedio o totales) σ_{Gx} y σ_{Gy} se genera por la suma de los estados de esfuerzos individuales (locales) como se muestra en la Figura 5. Para un problema de esfuerzos planos con cargas axiales se tiene que:

$$\begin{aligned} \sigma_{G1} &= n_I \sigma_{L1I} + n_{II} \sigma_{L1II} + n_{III} \sigma_{L1III} + \dots + n_i \sigma_{L1i} \\ \sigma_{G2} &= n_I \sigma_{L2I} + n_{II} \sigma_{L2II} + n_{III} \sigma_{L2III} + \dots + n_i \sigma_{L2i} \end{aligned} \quad (7)$$

Aquí, σ_{L1i} y σ_{L2i} son los esfuerzos en cada capa i en las direcciones 1 y 2.

La fracción de concentración de capas se determina por medio de la siguiente relación:

$$n_i = h_i / h$$

Además,

$$1 = n_I + n_{II} + n_{III} + \dots + n_i \quad (8)$$

Donde n_i son las fracciones volumétricas con diferente propiedad (para capas ortotrópicas con orientación θ_i en la dirección analizada), h y h_i son los espesores total y de las capas o grupos de capas, respectivamente.

2.1.4. Modelo de esfuerzos resultante

El modelo constitutivo para carga axial considera un modelo global (MCL con propiedades elásticas efectivas promedio) y al conjunto de modelos locales (capas de material continuo, homogéneo y anisotrópico), como se muestra en la Figura 6.

En el modelo local no se toman en cuenta los esfuerzos intralaminares τ_{yz} ya que se considera un estado de deformaciones homogéneo en las capas. Para efectos mecánicos se toman en cuenta únicamente esfuerzos intralaminares longitudinales σ_x y transversales σ_y , los cuales se asumen homogéneos a través del espesor de las capas, (ver Figura 2). Lo anterior implica que el

estado de esfuerzos intralaminar en todos los puntos de una capa presenta esfuerzos planos. El valor máximo de esfuerzo τ_{yz} puede ser determinado en forma externa al modelo, utilizando el esfuerzo σ_y .

Las ecuaciones que definen el modelo propuesto en este trabajo son:

$$\sigma_{L1} = Q_{11} \varepsilon_1^\circ + Q_{12} \varepsilon_2^\circ \quad (9)$$

$$\sigma_{L2} = Q_{21} \varepsilon_1^\circ + Q_{22} \varepsilon_2^\circ$$

y

$$\sigma_{G1} = n_I \sigma_{L1I} + n_{II} \sigma_{L1II} + n_{III} \sigma_{L1III} + \dots + n_i \sigma_{L1i} \quad (10)$$

$$\sigma_{G2} = n_I \sigma_{L2I} + n_{II} \sigma_{L2II} + n_{III} \sigma_{L2III} + \dots + n_i \sigma_{L2i}$$

2.2. PRUEBAS EXPERIMENTALES

Con el objetivo de mostrar en qué medida los modelos presentados en este trabajo pueden ser utilizados para determinar esfuerzos intralaminares, se propone utilizar un método experimental inverso. Se considera el valor de las constantes elásticas de las capas como desconocidas y con la medición experimental del estado de deformaciones en las fronteras y aplicando el modelo, se determinan dichas constantes. El análisis de esfuerzos intralaminares y globales requiere de la instrumentación y la realización de las pruebas únicamente sobre la probeta de interés. Sin embargo, para completar un sistema de ecuaciones linealmente independientes, se realizaron dos pruebas sobre probetas con capas de mismo material pero con una configuración diferente. Las pruebas fueron realizadas para evaluar MCL constituidos por capas metálicas y por capas ortotrópicas.

El análisis experimental consistió en someter las probetas a tensión simple y en medir las deformaciones globales en las fronteras. Para determinar las deformaciones las probetas fueron instrumentadas con galgas extensométricas. El arreglo de la instrumentación utilizado para ambas pruebas elimina posibles errores mecánicos inducidos durante las pruebas experimentales de tensión.

2.2.1. Carga axial en MCL metálico

Uno de los MCL evaluados es el metálico, el cual se fabricó uniendo capas metálicas de latón y aluminio de 30 cm de longitud con un pegamento a base de cianocrilato. Las probetas metálicas isotrópicas se conforman de la manera siguiente:

- 1) Aluminio-latón-aluminio (A-L-A).
- 2) Latón-aluminio-latón (L-A-L).

Las dimensiones de las probetas son:

- Espesor de capas de aluminio: 3.28 mm
- Espesor de capas de latón: 3.28 mm
- Ancho de las capas y del laminado: 25.4 mm
- Espesor del laminado ALA: 9.835 mm
- Espesor del laminado LAL: 9.725 mm

Las expresiones (11) representan el sistema de ecuaciones utilizado para el análisis experimental de tensión en los MCL metálicos. Dichas expresiones fueron obtenidas tomando en cuenta las ecuaciones (9) y (10).

Probeta 1 [0°/90°/0°/90°/0°]	(MPa)	Probeta 2 [90°/0°/90°/0°/90°]	(MPa)
σ_{XP1}	47.34	σ_{XP2}	27.62
σ_{YP1}	0	σ_{YP2}	0
σ_{XL1}	61.5	σ_{XL2}	44.6
σ_{XT1}	2.15	σ_{XT2}	2
σ_{YL1}	26.02	σ_{YL2}	18.9
σ_{YT1}	-3.23	σ_{YT2}	-1.33

Tabla 5. Esfuerzos globales e intralaminares del MCL ortotrópico, pruebas de tensión simple

	Constantes	Constantes Evaluadas	% desviación
Módulo de Young E_x (GPa)	53	52	-1.92
Módulo de Young E_y (GPa)	23.3	22.4	-3.7
Relación de Poisson (ν_{xy})	0.23	0.231	0.51
Relación de Poisson (ν_{yx})	0.1	0.0997	-0.27

Tabla 6. Constantes obtenidas de las capas ortotrópicas, para evaluar el modelo de tensión simple

	Constantes	Constantes Evaluadas	% desviación
E efectiva (Gpa)	41.32	41.4	0.23
ν efectiva	0.1486	0.15	1.83

Tabla 7. Constantes globales (promedio o efectivas) de la probeta [0°/90°/0°/90°/0°]

- Modelos locales

$$\begin{aligned}
 0 &= -\sigma_{XL1} + Q_{L11}\varepsilon_{11} + Q_{L12}\varepsilon_{21} \\
 0 &= -\sigma_{YL1} + Q_{L21}\varepsilon_{11} + Q_{L22}\varepsilon_{21} \\
 0 &= -\sigma_{XA1} + Q_{A11}\varepsilon_{11} + Q_{A12}\varepsilon_{21} \\
 0 &= -\sigma_{YA1} + Q_{A21}\varepsilon_{11} + Q_{A22}\varepsilon_{21} \\
 0 &= -\sigma_{XL2} + Q_{L11}\varepsilon_{21} + Q_{L12}\varepsilon_{22} \\
 0 &= -\sigma_{YL2} + Q_{L21}\varepsilon_{21} + Q_{L22}\varepsilon_{22} \\
 0 &= -\sigma_{XA2} + Q_{A22}\varepsilon_{11} + Q_{A21}\varepsilon_{21} \\
 0 &= -\sigma_{YA2} + Q_{A12}\varepsilon_{11} + Q_{A11}\varepsilon_{21}
 \end{aligned} \tag{11}$$

- Modelo global

$$\begin{aligned}
 0 &= (0.326)\sigma_{YL1} + (0.674)\sigma_{YA1} \\
 0 &= (0.6543)\sigma_{YL2} + (0.3426)\sigma_{YA2} \\
 0 &= -\sigma_{XP1} + (0.326)\sigma_{XL1} + (0.674)\sigma_{XA1} \\
 0 &= -(\sigma_{XP2} + (0.6543)\sigma_{XL2} + (0.3426)\sigma_{XA2}) \\
 0 &= -Q_{L12} + Q_{L21} \\
 0 &= -Q_{A12} + Q_{A21}
 \end{aligned}$$

En el sistema de ecuaciones (11), σ_{XL1} , σ_{YL1} , σ_{XA1} , σ_{YA1} , σ_{XL2} , σ_{YL2} , σ_{XA2} , σ_{YA2} son los esfuerzos intralaminares locales para las probetas A-L-A y L-A-L, respectivamente, σ_{XP1} , σ_{XP2} son los esfuerzos globales aplicados para cada una de las probetas. Las constantes elásticas Q_{L11} , Q_{L12} , Q_{A11} , Q_{A12} están relacionadas con el latón y aluminio, respectivamente, ε_{11} , ε_{12} , ε_{21} y ε_{22} son las deformaciones en la dirección longitudinal y en la dirección transversal para cada una de las probetas.

2.2.2. Carga axial en MCL ortotrópico

En forma análoga a lo realizado en los MCL metálicos, se evaluaron probetas de un compuesto laminado constituido por capas ortotrópicas simétricas. Las probetas están constituidas por capas ortotrópicas de resina epóxica reforzada con fibras longitudinales de vidrio (ver Figura 7) de la siguiente manera:

- 1) $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$
- 2) $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$

Las dimensiones de las probetas fueron:

- Espesor de las capas ortotrópicas: = 0.166 mm
- Ancho del laminado = 15.82 mm
- Espesor de los MCL $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ y $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ = 0.83 mm

Las ecuaciones constitutivas utilizadas para las probetas $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ y $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ son:

- Modelos locales

$$\begin{aligned}
 0 &= -\sigma_{XL1} + Q_{11}\varepsilon_{11} + Q_{12}\varepsilon_{12} \\
 0 &= -\sigma_{YL1} + Q_{21}\varepsilon_{11} + Q_{22}\varepsilon_{12} \\
 0 &= -\sigma_{XT1} + Q_{22}\varepsilon_{11} + Q_{21}\varepsilon_{12} \\
 0 &= -\sigma_{YT1} + Q_{12}\varepsilon_{11} + Q_{11}\varepsilon_{12} \\
 0 &= -\sigma_{XL2} + Q_{11}\varepsilon_{21} + Q_{12}\varepsilon_{22} \\
 0 &= -\sigma_{YL2} + Q_{21}\varepsilon_{21} + Q_{22}\varepsilon_{22} \\
 0 &= -\sigma_{XT2} + Q_{22}\varepsilon_{21} + Q_{21}\varepsilon_{22} \\
 0 &= -\sigma_{YT2} + Q_{12}\varepsilon_{21} + Q_{11}\varepsilon_{22}
 \end{aligned} \tag{12}$$

- Modelo global

$$\begin{aligned}
 0 &= 3\sigma_{YL1} + 2\sigma_{YT1} \\
 0 &= 2\sigma_{YL2} + 3\sigma_{YT2} \\
 0 &= -\sigma_{XP1} + \left(\frac{3}{5}\right)\sigma_{XL1} + \left(\frac{2}{5}\right)\sigma_{XT1} \\
 0 &= -Q_{12} + Q_{21}
 \end{aligned}$$

Aquí, σ_x son los esfuerzos intralaminares en la dirección longitudinal, σ_y representa a los esfuerzos en la dirección transversal, el subíndice L significa que se trata de las capas orientadas a 0° y el subíndice T a 90° . Además, Q_{11} , Q_{12} y Q_{22} son las constantes elásticas de las capas ortotrópicas y ε_{11} , ε_{12} , ε_{21} y ε_{22} son deformaciones en la dirección longitudinal y en la dirección transversal para cada una de las probetas, respectivamente.

2.2.3. Realización de las pruebas experimentales

Para la evaluación experimental las probetas fueron instrumentadas en la zona media con cuatro galgas extensométricas tipo CEA-13-240UZ-120, dos longitudinales y dos transversales. Lo anterior fue realizado para que al conectar un arreglo de puente completo a un puente de Wheatstone (equipo P3), las lecturas fueran libres de posibles efectos ocasionados por flexión y por cambios de temperatura (ver Figura 8). Las pruebas experimentales de tensión simple se llevaron a cabo en una máquina universal (ver Figura 9).

Las probetas instrumentadas de MCL ortotrópico se muestran en la Figura 10. Los valores experimentales para las pruebas de tensión se tomaron del estudio realizado en [1].

3. RESULTADOS

Se llevó a cabo un análisis gráfico de los datos experimentales obtenidos en las pruebas de tensión simple, tomando para el estudio el intervalo que cumplía con la restricción de linealidad. Con los datos de deformaciones obtenidos del análisis y las condiciones de frontera respectivas, se resolvió el sistema de ecuaciones (11) utilizando MAPLE 14.

- MCL metálico

Para el método experimental inverso propuesto, el valor de las propiedades elásticas de las componentes, consideradas de referencia (obtenidas experimentalmente en forma individual), se muestran en la Tabla 1.

Los resultados para los esfuerzos globales e intralaminares y para las constantes elásticas se observan en las Tablas 2 y 3.

De acuerdo con las Tablas 2 y 3, los resultados obtenidos de las constantes del aluminio y latón son aceptables, pues se tuvieron variaciones de aproximadamente 4 % para los módulos de Young y de menos del 1 % para la relación de Poisson. Los valores de esfuerzos normales transversales (s_{yA} y s_{yL}) alcanzaron desviaciones de alrededor del 3% con respecto a los longitudinales (s_{xA} y s_{xL}). Lo anterior es relevante porque si el porcentaje de la diferencia entre las constantes de referencia y las determinadas en la Tabla 3 es bajo, entonces la desviación entre los esfuerzos intralaminares obtenidos con respecto a los reales deberá serlo también.

- MCL ortotrópico

En el análisis experimental sobre el MCL con capas ortotrópicas que se llevó a cabo, se tomaron como parámetros de compara-

ción las constantes de las capas ortotrópicas obtenidas en [1], las cuales se presentan en la Tabla 4.

Los resultados calculados relacionados con los esfuerzos globales, esfuerzos intralaminares y las constantes elásticas se observan en las Tablas 5 y 6.

El valor de los esfuerzos intralaminares transversales alcanzan un valor de hasta 12 % en la capa ubicada a 90° y de 3.5 % para la ubicada a 0° referidos a la probeta [0°/90°/0°/90°/0°]. En la probeta [90°/0°/90°/0°/90°] los valores fueron de hasta 7 % en la capa ubicada a 90° y de 4.5 % para la ubicada a 0°.

Los resultados y las desviaciones determinadas se muestran en la Tabla 6, siendo las desviaciones encontradas máximas para el módulo de Young longitudinal E_x de 1.9 % y 3.76 % para el módulo transversal E_y . Las relaciones de Poisson ν_{xy} y ν_{yx} tuvieron diferencias mínimas de 0.5 % y de 0.27 %, respectivamente. Los resultados descritos en la Tabla 6 muestran que los esfuerzos determinados en la Tabla 5 son confiables.

En la Tabla 7 se presentan los valores globales (efectivos o promedio) de la lámina 3-2, cuyas variaciones son muy pequeñas.

4. DISCUSIÓN

Se observa en las Tablas 2 y 5 que los esfuerzos intralaminares transversales, aunque bajos, son relevantes, y alcanzan un valor aproximado de 3.5 % y de 1.5% con respecto a los longitudinales.

Al aplicar el método inverso de evaluación se observa en las Tablas 3, 6 y 7 que los porcentajes de desviación entre las constantes de referencia y las constantes de los materiales son relativamente bajos, por lo que los modelos propuestos en este trabajo son confiables.

Si las propiedades de las capas constituyentes de los compuestos laminados son conocidas, entonces no se requiere realizar dos pruebas con configuraciones diferentes para poder determinar los esfuerzos intralaminares.

Por la consideración de linealidad en el modelo propuesto no es posible obtener esfuerzos interlaminares, aunque para una capa el esfuerzo τ_{yz} si pueden ser determinado en forma no directa, considerando el esfuerzo intralaminar s_y y el área de contacto con las capas adyacentes.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un modelo lineal simple, el cual es utilizado para determinar esfuerzos intralaminares en MCL. El modelo es aplicado a problemas de carga axial a tensión y siempre que sea conocido el estado de deformaciones en la frontera. Las principales conclusiones se resumen en los puntos siguientes:

- Se desarrolló un modelo global-local simple, con el cual es posible analizar los esfuerzos intralaminares s_x y s_y en forma experimental en cualquier punto de un MCL simétrico. El problema fue considerado como de esfuerzos planos.
- Con el modelo propuesto es posible determinar esfuerzos intralaminares normales, longitudinales y transversales, y su contribución mecánica en el comportamiento de esfuerzos globales (promedio).
- El modelo propuesto puede ser utilizado eficientemente para determinar las constantes elásticas de las capas constituyentes de un MCL, lo cual es importante porque su evaluación lleva consigo factores no considerados cuando se calculan éstas en forma individual e idealizada.
- Los resultados muestran que los modelos y la metodología

experimental propuesta pueden ser utilizados para evaluar, analizar y validar soluciones numéricas.

- Las hipótesis de uniformidad y de linealidad en la distribución de esfuerzos, hacen que la técnica de extensometría eléctrica de resistencia variable sea una herramienta útil en la solución de los modelos planteados.
- Si se conoce el esfuerzo σ_y , entonces es posible determinar τ_{yz} , obteniendo una fuerza transversal F_y promedio que produce a σ_y y el área de contacto entre capa y capa.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Acosta M. "Obtención experimental de las propiedades mecánicas de un material compuesto laminar". 1998. Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica. UNAM, DEPMI, Sección Mecánica.
- [2] Tsai, S. W. and Hahn, H. T., Introduction to Composite Materials. 1980. Technomic Publishing Co., Pennsylvania, USA.
- [3] Pagano, J. N., Pipes, R. B. "Some observations on the interlaminar strength of composite laminates". International Journal of Mechanical Sciences. 1973. Vol. 15, p.p 679-686. DOI:10.1016/0020-7403(73)90099-4
- [4] Pagano, J. N., Soni, S. R. "Global-local laminate variational model". International Journal of Solids and Structures. 1983. Vol. 19-3. p. 207-228. DOI:10.1016/0020-7683(83)90058-6
- [5] Reddy J. N. "An evaluation of equivalent-single-layer and layerwise theories of composite laminates". Composite Structures, 1993. Vol. 25. No.1. p. 21-35. DOI:10.1016/0263-8223(93)90147-1
- [6] Toledano A, Murakami H. "Shear-Deformable Two Layer Plate Theory with Interlayer Slip". Journal Of Engineering Mechanics. 1988. Vol. 114-4, p. 604-623. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:4(604)
- [7] Z. Wu, W. Chen. "Refined global-local higher-order theory and finite element for laminated plates". Int. J. Numer. Mech. Eng. 2007. Vol. 69 p. 1627-1670. DOI: 10.1002/nme.1820
- [8] Maligno A. R., Warrior A. C., Long A. C. "Effects of interphase material properties in inidirectional fibre reinforced composites". 2010. Composites Science and Technology. Int. J. Numer. Mech. Eng. Vol. 70. Pp. 36-44. doi:10.1016/j.compotech.2009.09.003
- [9] Andakhshideh A., Tahani M. "Interlaminar stresses in general thick rectangular laminated plates under in-plane loads". Composites: Part B. 2013. Vol.47. p.58-69. DOI:10.1016/j.compositesb.2012.10.020
- [10] Afshin M., Taheri-Behrooz F. "Interlaminar stresses of laminated composite beams resting on elastic foundation subjected to transverse loading". Computational Materials Science. 2014. Vol. 81, p. 630-640. DOI:10.1016/j.commatsci.2014.06.027.
- [11] Durelli, A. J., Phillips, E. A., and Tsao, C. H. Introduction To The Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain. (1958). McGraw-Hill Book Company, Inc.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y a la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM) por el apoyo brindado para la realización de este trabajo, así como al ITESM CCM por su apoyo en las pruebas experimentales.