Nueva metodología para el análisis de sistemas mecánicos utilizando modelos a escala y leyes de similitud

New methodology for the analysis of mechanical systems using scale models and similarity laws

Yahir-de-Jesús Mariaca-Beltrán[2], Israel-Arubi García-Salmoran[2], Christian-Marisol Clemente-Mirafuente[2], José-Alfredo Rodríguez-Ramírez[1], Juan-Carlos García-Castrejón y Mario Acosta-Flores[3]

[1] Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Av. Universidad, 1001. Col. Chamilpa. 62209 Cuernavaca, Morelos (México).
[2] Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Instituto de Ingeniería y Tecnología. Dpto. Ingeniería Industrial y Manufactura. Av. Del Charro, 450 Norte - 32310 Ciudad Juárez, Chihuahua (México).
[3] Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería. Av. Universidad, 1001. Col. Chamilpa - 62209 Cuernavaca, Morelos (México).

DOI: http://dx.doi.org/10.6036/8825 | Recibido: 07/05/2018 • Inicio Evaluación: 08/05/2018 • Aceptado: 17/07/2018

ABSTRACT

- The failures, unexpected and catastrophic, are presented in large mechanical systems, specifically, in the electric power generation. The development of new methodologies of analysis and research to evaluate and calculate useful life must be proposed. In this work, an analytical-experimental novel methodology was developed using laws of similarity and models at the scale of prototypes, parts or mechanical components of any system. The methodology developed in the dynamic study of steam turbine blades was applied to calculate their stresses, deformations and the prediction of their useful life in mechanical fatigue conditions. The analytic-experimental and numerical results showed a relative error of less than 3,16% for both models. The new methodology was validated with these results. The use of scale models with the application of similarity laws will be of help in the analysis of failures where due to the size or high costs, real systems cannot be analyzed.
- **Keywords:** scale models, experimental analysis, deformations, similarity laws, useful life, mechanical fatigue.

RESUMEN

Los fallos, inesperados y catastróficos se presentan en los sistemas mecánicos de gran tamaño, de forma específica, los de generación de energía eléctrica. El desarrollo de nuevas metodologías de análisis e investigación debe ser planteado para evaluar y calcular su vida útil. En este trabajo se desarrolló una novedosa metodología analítica-experimental utilizando leyes de similitud y modelos a escala de prototipos. Se aplicó la metodología desarrollada en el estudio dinámico de álabes de turbinas de vapor para el cálculo de sus esfuerzos, deformaciones y la predicción de su vida útil en condiciones de fatiga mecánica. Los resultados analítico-experimentales como numéricos muestran un error máximo del 3,16 % para ambos modelos; lo cual valida esta nueva metodología. El uso de modelos a escala con la aplicación de leyes de similitud será de ayuda en el análisis de fallas donde por tamaños o altos costos, no se puedan analizar los sistemas reales.

Palabras clave: modelos a escala, análisis experimental, deformaciones, Leyes de similitud, vida útil, fatiga mecánica.

1. INTRODUCCIÓN

Los fallos en componentes o dispositivos mecánicos generan problemas a gran escala que afectan el desempeño y vida útil de sistemas en el campo de la ingeniería [1-3]. Los fallos a las que se les debe prestar especial atención, son las relativas a la industria aeroespacial y las que se presentan en plantas generadoras de energía, donde la eficiencia y seguridad es de gran importancia [4]. La necesidad de metodologías para cuantificar los efectos dañinos en detrimento de la vida útil de los componentes de turbinas de vapor, en especial álabes de las últimas etapas, impulsa a encontrar formas más específicas para su análisis. También, la producción de potencia en las plantas generadoras de energía a través de los años se ha incrementado en tal medida que, al día de hoy, se encuentran turbinas de vapor de gran potencia. Este incremento en la potencia viene acompañado de un mayor tamaño de las turbinas de vapor y de forma específica, de los componentes y piezas mecánicas entre los que se encuentran los álabes. Este aumento de tamaño de los álabes genera problemas debidos a fuerzas centrífugas, altas vibraciones que afectan el desempeño y vida útil de estos equipos [5]. Los álabes de turbinas de vapor, últimas etapas de baja presión, son los encargados de generar entre el 15 y 20% del total de la energía eléctrica. Álabes en los cuales se concentran alrededor del 20 al 30% de los fallos de toda la turbina, de allí su importancia de estudio. Sin embargo, realizar pruebas a estos álabes en laboratorio es técnicamente imposible [6]. Son varios los problemas que se presentan para el estudio y análisis de los álabes en un entorno de laboratorio de pruebas por fatiga y estimación de vida útil; el tamaño del álabe por ejemplo, de las últimas etapas, presenta dimensiones de longitud que van desde los 400 mm hasta los 1.193,8 mm, dependiendo de la velocidad rotacional y relaciones de presión requeridas; también los altos costos de los materiales con los que son manufacturados, como el Titanio. De allí la necesidad del diseño y manufactura de modelos a escala que permitan el desarrollo de nuevas formas de evaluación. De acuerdo a la literatura, diferentes investigaciones sobre el uso del análisis dimensional, modelos a escala aplicando leyes de similitud para el estudio de diversos fenómenos físicos se han realizado con resultados satisfactorios [7]. Se han evaluado modelos a escala aplicando la técnica de fotoelasticidad que cumplen con la similitud geométrica de un plano del elemento o

estructura mecánica de un prototipo [8]. También, se desarrollan diseños a escala, aplicando la teoría de análisis dimensional y las leyes de similitud, lo que implica que un modelo a escala debe ser similar al problema prototipo [9]. Otros investigadores propusieron relaciones matemáticas para escalar las cargas que deben ser aplicadas en prototipos, para el desarrollo y diseño de micro máquinas; otro ejemplo son los estudios realizados a elementos estructurales de un reactor nuclear a través de modelos a escala [10 - 11]. Ajay K, Ray (1999) modificó y mejoró la investigación de Nahavandi y Moradkhanian al desarrollar nuevos experimentos para la evaluación de elementos estructurales mecánicos de un reactor fotocatalítico utilizando modelos a escala [12]. Choi y Park (2002) analizaron el planteamiento de las condiciones de frontera para pruebas dinámicas a través de un sistema estáticamente equivalente utilizando leyes de similitud [13]. Se ha demostrado también, que la mayoría de los modelos desarrollados a partir de prototipos o procesos reales, deben cumplir con las leyes de similitud geométrica y dinámica para un mejor análisis [14]. Uniones soldadas de estructuras de automóviles se han analizado para estimar su vida en fatiga utilizando probetas equivalentes [15].

Para que la teoría de similitud se cumpla, se deben considerar los siguientes aspectos:

a) Similitud geométrica: la cual consiste en que todas las dimensiones del modelo a escala deberán estar relacionadas a la correspondiente dimensión del prototipo por un factor constante
b) Similitud dinámica: Deberá existir una proporcionalidad entre las propiedades del modelo a escala y el fenómeno físico, Su respuesta a la aplicación de fuerzas, de manera que los resultados sean escalables del modelo hacia el fenómeno que se está analizando

2. MATERIALES Y MÉTODOS

El comportamiento mecánico de los prototipos y modelos a escala deberá estar dentro de la zona lineal-elástica de la curva esfuerzo-deformación del material. Las ecuaciones analíticas de correlación entre prototipos y modelos a escala deberán ser lineales. Las ecuaciones analíticas que rigen los prototipos y los modelos a escala deberán ser las mismas entre sí. El análisis se debe llevar a cabo únicamente para las mismas condiciones de frontera, la posición de los puntos de análisis entre prototipos y modelos a escala deberán ser relativamente los mismos, ambas situaciones deberán cumplir con las leyes de similitud. La metodología para la obtención de los datos experimentales del prototipo y modelos a escala se llevará a cabo por medio de la técnica de extensometría eléctrica.

2.1. MODELOS ANALÍTICOS

2.1.1. Ecuaciones constitutivas del sistema

Cuando se requiere establecer relaciones desconocidas entre las variables de un fenómeno físico, se utiliza el análisis dimensional basado en el teorema de Buckingham [16]. Se propone obtener el parámetro experimental adimensional **K** el cual se llamará "*factor de correlación*". Este factor se relaciona con las deformaciones experimentales entre el prototipo y el modelo a escala, con cargas aplicadas en flexión; siendo la relación lineal que existe entre la deformación lineal del prototipo ε_p, y la deformación del modelo a escala ε_m, Ec. (1):

$$K = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_m} \tag{1}$$

de la Ec. (1) se obtiene la Ec. (2):

$$\varepsilon_p = K\varepsilon_m \tag{2}$$

Con base en las ecuaciones constitutivas del análisis para vigas en voladizo, se obtendrá el comportamiento mecánico de los álabes. Para realizar el cálculo de la deformación unitaria en un arreglo de viga en voladizo sometida a flexión, se utiliza la Ec. (3):

$$\varepsilon = \frac{6Fl}{bh^2E} \tag{3}$$

Sustituyendo la Ec. (3) en la Ec. (1), para cada valor de deformación tanto en prototipo y modelo a escala:

$$K = \frac{\frac{6F_P l_P}{b_P h_p{}^2 E_p}}{\frac{6F_m l_m}{b_m h_m{}^2 E_m}} = \frac{6F_P l_P b_m h_m^2 E_m}{6F_m l_m b_P h_P^2 E_P} \tag{4}$$

Donde:

l_p *Longitud del prototipo*
h_p *Espesor del prototipo*
b_p *Ancho del prototipo*
F_p *Fuerza aplicada al prototipo*
E_p *Módulo de Elasticidad del prototipo*
l_m *Longitud del modelo a escala*
h_m *Espesor del modelo a escala*
b_m *Ancho del modelo a escala*
F_m *Fuerza aplicada al modelo a escala*
E_m *Módulo de Elasticidad del modelo a escala*

La forma más común de análisis de similitud estructural utiliza principios de similitud geométrica, en los que el prototipo y modelo a escala están relacionados por un factor de escala β. Hammond propone una variación al teorema de Pi para modelos a escalas reducidas donde β<1, es decir que cuando β =1 se trabaja con una escala al 100% [17].

$$\frac{b_m}{b_p} = \beta_b \tag{5}$$

$$\frac{l_m}{l_p} = \beta_l \tag{6}$$

$$\frac{h_m}{h_p} = \beta_h \tag{7}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \beta_F \tag{8}$$

En la Ec. (4), se sustituyen los valores de las Ecs. (5-8). Se obtiene la Ec. (9):

$$K = \frac{\beta_b \beta_h^2 E_m}{\beta_F \beta_l E_p} \tag{9}$$

considerando que β será siempre un valor de escala constante, la Ec. (9) se reduce a la Ec. (10):

$$\mathrm{K} = \beta \frac{\mathrm{E_m}}{\mathrm{E_p}} \tag{10}$$

Sustituyendo la Ec. (10) en la Ec. (2), se obtiene la ecuación predictiva para calcular las deformaciones del prototipo en función de la razón de escalamiento, la relación de los módulos de elasticidad de los materiales y las deformaciones del modelo a escala, Ec. (11):

$$\varepsilon_P = \beta \frac{E_m}{E_P} \varepsilon_m \tag{11}$$

2.1.2. Aplicación en turbomaquinaria

2.1.2.1. Modelo numérico para análisis mecánico

Actualmente, de acuerdo a datos recopilados por la Asociación de Energía Geotérmica (GEA, por sus siglas en inglés), existen más de 200 GW de potencia generada en todo el mundo, donde México, hasta el año del 2015 ocupaba el cuarto lugar de capacidad de operación instalada a nivel mundial con 1.069 MW [18-19]. La central de energía geotérmica Cerro Prieto, ubicada al sur de Mexicali, genera 820 MW, la cual es operada por la Comisión Federal de Electricidad (CFE). La central cuenta con cinco plantas, donde la primera CP1 tiene una capacidad de 180MW alimentada de 4 turbinas tipo flash único de 37,5 MW más una de 30 MW de la marca Toshiba y la CP3 la cual tiene una capacidad total instalada de 220 MW generada por dos unidades de 110 MW cada una. Los álabes de turbina de vapor de 37,5 MW y 110 MW de la etapa L-0 sufren constantemente deterioros por diversos factores mecánicos y fallos por fatiga junto con altas vibraciones en sus etapas. Con base en esto, se generó el interés de análisis y estimación de vida útil bajo condiciones estables de operación. El material de los álabes prototipo de ambas turbinas es de acero inoxidable grado 12% Cromo-Acero, AISI 410. Para los respectivos análisis experimental y numérico fue necesario dimensionar los mismos; para el caso del álabe de la turbina de 37,5 MW cuenta con una longitud de 0,5 m, una cuerda de raíz 0,073 m, una cuerda media de 0,065 m, y una cuerda superior de 0,0562 m. Su modelo a una escala de 60 % cuenta con una longitud de 0,3 m, una cuerda de raíz 0,0437 m, una cuerda media de 0,0385 m y una cuerda superior de 0,0339 m. Para el caso del álabe de la turbina de 110 MW, este cuenta con una longitud de 0,6 m, una cuerda de raíz 0,14 m, una cuerda media de 0,07 m y una cuerda superior de 0,06 m. Su modelo a escala de 40 % cuenta con una longitud de 0,242 m, una cuerda de raíz 0,0553 m, una cuerda media de 0,028 m y una cuerda superior de 0,019 m y su modelo a escala de 30 % cuenta con una longitud de 0,181 m, una cuerda de raíz 0,0413 m, una cuerda media de 0,0209 m y una cuerda superior de 0,0149 m. El material del modelo a escala es ácido poliláctico (PLA, por sus siglas en inglés). En la Tabla 1 se muestran las diferentes propiedades mecánicas de los materiales utilizados.

Material	Módulo de elasticidad [GPa]	Esfuerzo de fluencia [MPa]	Esfuerzo último [MPa]	Densidad [Kg/m³]
PLA	3,5	70	73	1250
AISI 410	200	275	480	7740

Tabla 1: Propiedades de los materiales de prototipos y modelos a escala

El modelo numérico del álabe de 37,5 MW cuenta con 5.759 nodos y 2.723 elementos. Para el caso del álabe de 110 MW el modelo numérico cuenta con 396 nodos y 190 elementos. Los elementos son de tipo tetraédrico SOLID185. Se realizó una convergencia de malla en ambos modelos para un mejor resultado, Figs. (1a y 1b). El modelo numérico ayudó a encontrar los puntos de máximos esfuerzos y deformaciones. Estos puntos, los cuales se le nombrarán puntos críticos, se utilizan para la colocación de las galgas extensométricas. Se detectará la máxima deformación en los álabes y el lugar donde se genera el máximo daño en fatiga de forma cualitativa. El modelo fue desarrollado en ANSYS® Workbench en su módulo "Static Structural" y validado con resultados experimentales mediante la obtención de sus frecuencias naturales, *FN*, Tabla 2.

La Tabla 3 presentan las condiciones de frontera para los análisis experimentales y numéricos de los álabes de diferentes potencias. Se realizó la experimentación para obtener la amplitud de la deformación máxima, con fuerzas aplicadas variando en el rango entre 4,905 N – 1.000 N al extremo opuesto del apoyo para el prototipo del álabe y sus respectivas escalas para los modelos a escala.

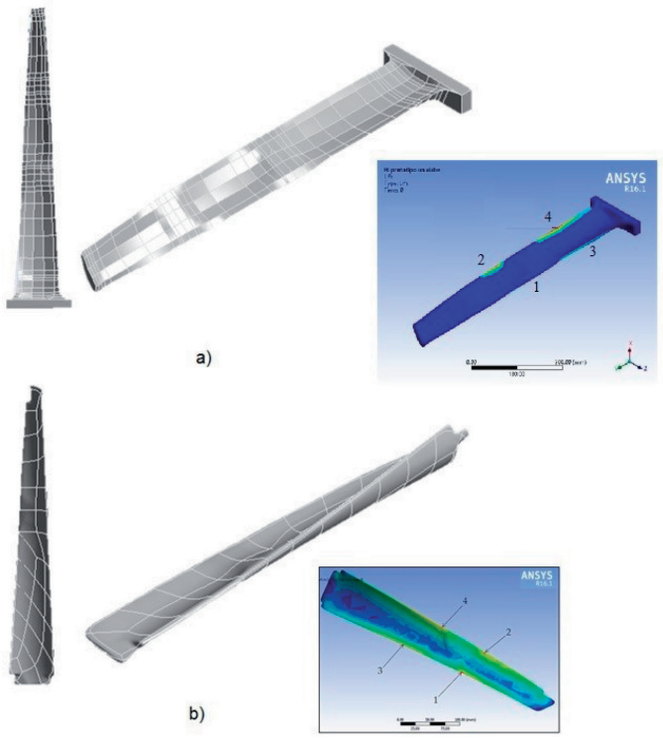
Para la estimación de vida útil del álabe a partir de un análisis numérico deformación-vida se utiliza el programa de simulación numérica ANSYS® Workbench, "Static Structural"versión 16,1. En esta sección se ingresa la opción "solution combination" y se elige el módulo "Fatigue Tool". Este módulo trabaja con la ecuación Smith Watson Topper, Ec. (12); además, esta ecuación no intenta correlacionarse con ninguna otra propiedad del material lo que genera una mayor precisión en los resultados [21].

Modo	FN experimentales 110 MW	FN numéricas 110 MW	FN experimentales 37,5 MW	FN experimentales 37,5 MW
	Hz	Hz	Hz	Hz
1	60,058	61	52	50
2	95	93,8	81	82
3	230	221,5	215	202
4	420	433,1	407	443
5	482,5	654,9	495	673

Tabla 2: Frecuencias naturales obtenidas de forma experimental y numérica [20]

	Experimental	Experimental y Numérico al 60%,	40%	30%
Materiales	Álabe de acero AISI 410	Álabe de PLA	------	------
Carga puntual	Al centro geométrico del extremo opuesto	Al centro geométrico del extremo opuesto	------	------
carga	Flexión	Flexión	------	------
Apoyo	Viga en voladizo	Viga en voladizo	------	------
Fuerza aplicada (N)	De 4,905 - 1000	De 2,943 - 600	1,962 - 400	1,471 - 300

Tabla 3: Condiciones de frontera al 60% de 37,5 MW, 40% y 30% de 110MW



Figs. 1a y 1b: Modelos numéricos de álabes de turbina de 110 MW y 37,5 MW con sus respectivas zonas críticas cualitativas del álabe

$$\varepsilon_a = \frac{\frac{(\sigma'_f)^2}{E}(2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c}}{\sigma_{max}} \quad (12)$$

$$\sigma' f = \sigma_u + 345\ MPa \quad (13)$$

$$\varepsilon' f = In\left(\frac{1}{1-RA}\right) \quad (14)$$

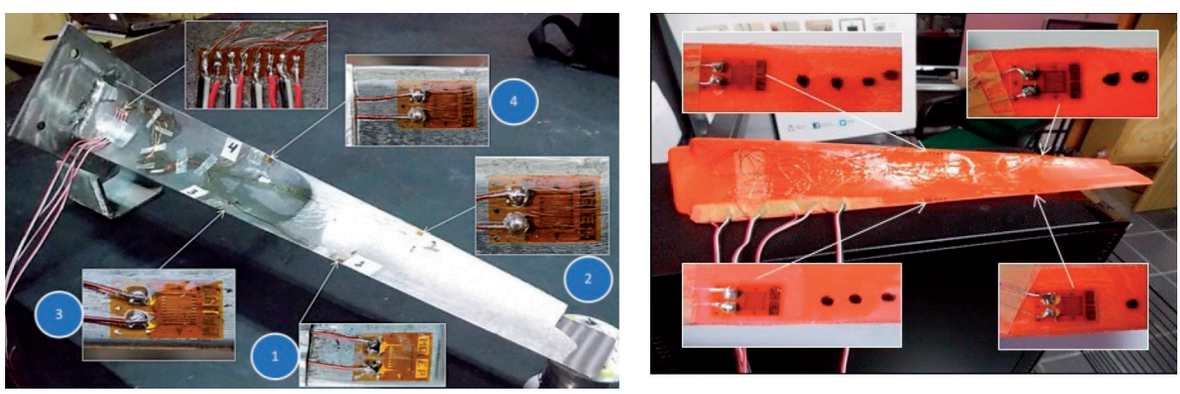
b se considera que para metales varía entre -0,05 – 0,12 para la mayoría de los metales y *c* es considerado con valores entre -0,5 – 0,7.

Donde:

E	*Módulo de elasticidad*
σ_{max}	*Esfuerzo máximo*
ε_a	*Deformación total*
$\sigma'f$	*Coeficiente de resistencia a la fatiga*
N_f	*Número de ciclos*
$\varepsilon'f$	*Coeficiente de ductilidad de fatiga*
c	*Exponente de ductilidad a la fatiga*
b	*Exponente de resistencia a la fatiga*
s_u	*Esfuerzo último*
RA	*Porcentaje de reducción de área del material*

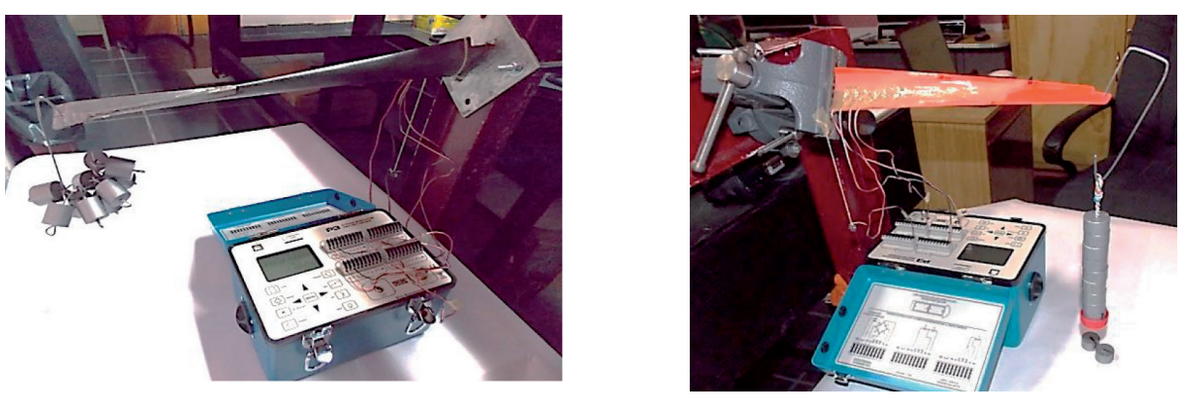
2.1.2.1. Modelo experimental

Los puntos críticos donde se analizaron las deformaciones se determinaron de acuerdo a la Fig. (1a-b). Se instrumentaron los cuatro puntos críticos con galgas extensométricas de 5x5 mm de 120 Ohms, en los álabes prototipo de acero de la etapa L-0 de las turbinas de 37,5MW y 110 MW. La Fig. (2a), muestra el arreglo experimental para los álabes prototipos. La Fig. (2b) muestra el modelo a escala al 60% de la turbina de 37,5 MW instrumentado. Los arreglos son aplicables a todas las pruebas experimentales, turbina de 37,5 MW y turbina de 110 MW, tanto a los prototipos como a los modelos a escala de ambas turbinas.



a *b*

Figs. 2a y 2b: Álabe prototipo y álabe de escala 60% de PLA ambos instrumentado en 4 puntos críticos



a *b*

Figs. 3a y 3b: Medición de deformaciones en álabe prototipo de acero y álabe escalado al 60% en PLA

2.1.2.2. Pruebas de flexión en prototipo y modelo a escala

Para evaluar el método de predicción por medio de las ecuaciones anteriores, se realizó el análisis experimental para la obtención de las deformaciones unitarias bajo cargas de flexión, con una configuración de viga en voladizo y un arreglo tipo cuarto de puente de Wheatstone de los extensómetros, en el prototipo y modelo a escala, Figs. (3a y 3b).

3. RESULTADOS

3.1. RESULTADOS ANALÍTICO-EXPERIMENTALES

De acuerdo a las diferentes pruebas experimentales realizadas, la Tabla 4 presenta los resultados más representativos tanto del prototipo del álabe en acero AISI 410 de la turbina de 37,5 MW como del modelo a escala en PLA al 60% del tamaño normal. Las Tablas 5 y 6 presentan los resultados tanto del prototipo del álabe

Fuerza AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Fuerza PLA	Galga PLA	Galga PLA	Galga PLA	Galga PLA
(N)	1 (με)	2 (με)	3 (με)	4 (με)	(N)	1 (με)	2 (με)	3 (με)	4 (με)
4,905	9	7	7,5	8	2,943	810	625,2	664,2	711,6
9,81	18	14	15	15	5,886	1503	1192,2	1302	1289,4
14,7	26	22	23	23	8,82	2217	2012,4	2101,2	2102,4
19,6	35	29	31	31	11,76	2983	2562	2743,2	2740,8
24,5	43	35	38	39	14,7	3729,6	3255,6	3355,2	3427,8
964,507	1770,25	1427,2	1547,5	1567,6	576,828	158706,56	133215,36	137132,52	138353,64
980,405	1800	1434,3	1555,2	1575,4	588,643	161826	133878,42	137814,84	139042,02
990,3	1818,2	1441,4	1562,9	1583,2	594,486	163543	134541,48	138497,16	139730,4
1000,62	1834,7	1448,5	1570,6	1591	600,3726	164983	135204,54	139179,48	140418,78
1010,099	1854,2	1455,6	1578,3	1598,8	606,258	166806,08	135204,54	139861,8	141107,16

Tabla 4: Deformaciones en prototipo álabe de acero AISI 410 y modelo escalado del álabe de PLA al 60% del álabe de turbinas de vapor de 35 MW

Fuerza AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Fuerza PLA	Galga PLA	Galga PLA	Galga PLA	Galga PLA
(N)	1 (με)	2 (με)	3 (με)	4 (με)	(N)	1 (με)	2 (με)	3 (με)	4 (με)
4,905	1,18	1,97	2,15	2,22	1,962	286	287	295	286
9,81	3,39	4,64	3,7	4,48	3,924	566	615	612	580
14,7	5,49	5,36	5,28	5,29	5,886	854	840	875	853
19,6	6,88	6,93	6,8	6,72	7,848	1138	1163	1110	1170
24,5	6,94	8,88	7,94	8,43	9,81	1435	1473	1464	1457
979,609	300,473	322,923	294,37	294,23	392,4	57666	58717	57201	59711
984,507	301,974	324,534	295,838	295,696	394,362	57805	58891	57515	59801
989,405	303,475	326,145	297,306	297,162	396,324	58228	58983,6	57796	59766
994,303	304,976	327,756	298,774	298,628	398,286	58346	59535	57591,2	59802
999,201	306,477	329,367	300,242	300,094	400,248	58542,8	59567,6	58802	59900

Tabla 5: Deformaciones en prototipo álabe de acero AISI 410 y modelo escalado del álabe de PLA al 40% del álabe de turbinas de vapor de 110 MW

Fuerza AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Galga AISI410	Fuerza PLA	Galga PLA	Galga PLA	Galga PLA	Galga PLA
(N)	1 (με)	2 (με)	3 (με)	4 (με)	(N)	1 (με)	2 (με)	3 (με)	4 (με)
4,905	1,18	1,97	2,15	2,22	1,472	370	355	372	402
9,81	3,39	4,64	3,7	4,48	2,943	742	726	737	770
14,7	5,49	5,36	5,28	5,29	4,415	1107	1110	1198	1124
19,6	6,88	6,93	6,8	6,72	5,886	1482	1459	1439	1472
24,5	6,94	8,88	7,94	8,43	7,358	1854	1843	1892	1888
979,609	300,473	322,923	294,37	294,23	293,882	74.529,4	74.600	74.562	74.825
984,507	301,974	324,534	295,838	295,696	295,352	74.900,2	74.761	75.003	75.014
989,405	303,475	326,145	297,306	297,162	296,821	75.271	75.856	75.600	75.855
994,303	304,976	327,756	298,774	298,628	298,290	75.641,8	75.983	75.961	75.944
999,201	306,477	329,367	300,242	300,094	299,760	76.012,6	76.182	76.575	76.581

Tabla 6: Deformaciones en prototipo álabe de acero AISI 410 y modelo escalado del álabe de PLA al 30% del álabe de turbinas de vapor de 110 MW

Fuerza aplicada (N)	$K1_{60}$ 35MW	$K2_{60}$ 35MW	$K3_{60}$ 35MW	$K4_{60}$ 35MW	$K1_{40}$ 110MW	$K2_{40}$ 110MW	$K3_{40}$ 110MW	$K4_{40}$ 110MW	$K1_{30}$ 110MW	$K2_{30}$ 110MW	$K3_{30}$ 110MW	$K4_{30}$ 110MW
4,905	0,011111	0,011196	0,011292	0,011242	0,00413	0,00686	0,00729	0,00776	0,00319	0,00555	0,00578	0,00552
9,81	0,011976	0,011743	0,011521	0,011633	0,00599	0,00754	0,00605	0,00772	0,00457	0,00639	0,00502	0,00582
14,715	0,011727	0,010932	0,010946	0,010939	0,00643	0,00638	0,00603	0,00620	0,00496	0,00483	0,00441	0,00471
19,62	0,011733	0,011319	0,011300	0,011310	0,00605	0,00596	0,00613	0,00574	0,00464	0,00475	0,00473	0,00457
24,525	0,011529	0,016970	0,01132	0,011377	0,00484	0,00603	0,00542	0,00579	0,00374	0,00482	0,00420	0,00447
Promedio	0,011615	0,012432	0,0112	0,011300	0,00549	0,00656	0,00618	0,00664	0,00422	0,00527	0,00483	0,00502

Tabla 7: Factor de correlación analítico experimental al 60%, 40% y 30%

Prototipo álabe AISI 410 (με galga 1)	Modelo al 60% álabe en PLA (με galga 1)	Error relativo 1	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 2)	Modelo al 60% álabe en PLA (με galga 2)	Error relativo 2	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 3)	Modelo al 60% álabe en PLA (με galga 3)	Error relativo 3	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 4)	Modelo al 60% álabe en PLA (με galga 4)	Error relativo 4
9	9,409	4,342	7	6,995	0,072	7,5	7,490	0,131	8	8,042	0,517
18	17,458	3,104	14	13,339	4,958	15	14,683	2,161	15	14,571	2,943
26	25,751	0,965	22	22,515	2,289	23	23,695	2,934	23	23,759	3,193
35	34,649	1,013	29	28,664	1,170	31	30,935	0,210	31	30,973	0,087
43	43,321	0,741	35	36,425	3,911	38	37,837	0,432	39	38,737	0,680

Tabla 8: Comparación entre valor real y predictivo en álabe de acuerdo a K con modelo de álabe de turbina de vapor de 35 MW al 60%

Prototipo álabe AISI 410 (με galga 1)	Modelo al 40% álabe en PLA (με galga 1)	Error relativo 1	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 2)	Modelo al 40% álabe en PLA (με galga 2)	Error relativo 2	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 3)	Modelo al 40% álabe en PLA (με galga 3)	Error relativo 3	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 4)	Modelo al 40% álabe en PLA (με galga 4)	Error relativo 4
1,18	1,3824	14,6384	1,97	1,8814	4,7092	2,15	1,8241	17,8631	2,22	1,9299	15,0298
3,39	3,1805	6,5856	4,64	4,0316	15,0915	3,7	3,7843	2,2286	4,48	3,9318	13,9418
5,49	4,7989	14,4010	5,36	5,5065	2,6612	5,28	5,4106	2,4140	5,29	5,5805	5,2049
6,88	6,3948	7,5875	6,93	7,6239	9,1021	6,8	6,8638	0,9288	6,72	7,6543	12,2064
6,94	8,0637	13,9357	8,88	9,6561	8,0375	7,94	9,0527	12,2917	8,43	9,5319	11,5603

Tabla 9: Comparación entre valor real y predictivo en álabe de acuerdo a K con modelo de álabe de turbina de vapor de 110 MW al 40%

de la turbina de 110 MW como del modelo a escala en PLA al 40% y 30% respectivamente.

Se calculó el factor de correlación **K** para los primeros 5 valores de acuerdo a la ecuación 1 correspondientes a las evaluaciones de las deformaciones obtenidas de las galgas 1,2,3 y 4, tanto del álabe de la turbina de 35MW como de la de 110 MW con sus respectivos factores de escalamiento, Tabla 7.

Con base a los valores promedio del factor de correlación **K** se obtuvieron las deformaciones unitarias de los puntos críticos de los prototipos y de los modelos a escala, bajo cargas de flexión, Tabla 8,9 y 10, así como la comparación de los resultados obtenidos de la predicción del estado de deformaciones del álabe de la turbina de 37,5 MW. La Tabla 8 presenta un máximo error del 4,958. La Tabla 9 y 10 presentan un máximo error de 17,8631 y 17,8349 respectivamente. Se recalculó la predicción del estado de deformaciones en los puntos críticos de la galgas con la ecuación 11 para la turbina de vapor de 37,5 MW. Se observa que el máximo error es del 10,58 %. Esto valida ambas ecuaciones del modelo analítico-experimental, Tabla 11.

3.2. RESULTADOS NUMÉRICOS

Se obtuvieron los resultados del modelo numérico del prototipo del álabe. Estos resultados muestran los esfuerzos de Von Mises, esfuerzo máximo, y la deformación máxima. De acuerdo a las

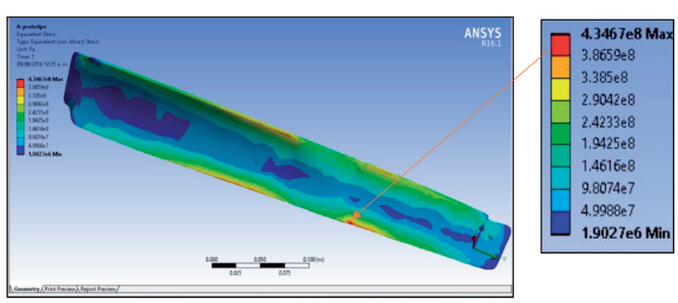


Fig. 4: Esfuerzo máximo en álabe

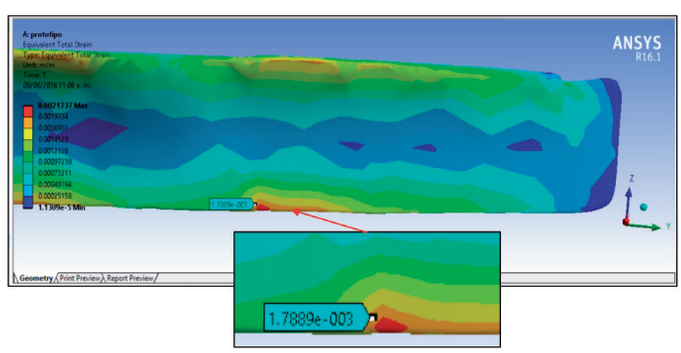


Fig. 5: Deformación máxima en álabe

Prototipo álabe AISI 410 (με galga 1)	Modelo al 30% álabe en PLA (με galga 1)	Error relativo 1	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 2)	Modelo al 30% álabe en PLA (με galga 2)	Error relativo 2	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 3)	Modelo al 30% álabe en PLA (με galga 3)	Error relativo 3	Prototipo álabe AISI 410 (με galga 4)	Modelo al 30% álabe en PLA (με galga 4)	Error relativo 4
1,18	1,3825	14,6460	1,97	1,8413	6,9918	2,15	1,8246	17,8349	2,22	2,0162	10,1076
3,39	3,2056	5,7518	4,64	4,0197	15,4327	3,7	3,5387	4,5571	4,48	3,8619	16,0052
5,49	4,7825	14,7933	5,36	5,7572	6,8990	5,28	5,7522	8,2098	5,29	5,6374	6,1618
6,88	6,4026	7,4563	6,93	7,5673	8,4221	6,8	6,9094	1,5836	6,72	7,3827	8,9769
6,94	8,0097	13,3554	8,88	9,5590	7,1033	7,94	9,0845	12,5986	8,43	9,4692	10,9742

Tabla 10: Comparación entre valor real y predictivo en álabe de acuerdo a K con modelo de álabe de turbina de vapor de 110 MW al 30%

Prototipo álabe AISI 410(εμ en galga 1)	Predicción con εμ de modelo al 60% de álabe en PLA (galga 1 με)	Error relativo%	Prototipo álabe AISI 410(εμ en galga 2)	Predicción con εμ de modelo al 60% de álabe en PLA (galga 2) με	Error relativo%	Prototipo álabe AISI 410(με en galga 3)	Predicción con εμ de modelo al 60% de álabe en PLA (galga 3) με	Error relativo%	Prototipo álabe AISI 410 με en galga 4)	Predicción con εμ de modelo al 60% de álabe en PLA (galga 4) με	Error relativo%
9	8,51	5,500	7	6,56	6,220	7,5	6,97	7,012	8	7,47	6,602
18	16,78	6,7	14	12,52	10,585	15	13,67	8,860	15	13,54	9,742
26	23,28	10,467	22	21,13	3,954	23	22,06	4,076	23	22,08	4,021
35	31,32	10,510	29	26,90	7,238	31	28,80	7,085	31	28,78	7,166
43	39,16	8,928	35	34,18	2,332	38	35,23	7,291	39	35,99	7,713

Tabla 11: Comparación entre valor real y predictivo en puntos críticos con ecuación 11 en álabe de la turbina de 37,5 MW

Fuerza (N)	Deformación máxima en prototipo de acero (με)	Deformación máxima en modelo a escala de PLA(με)	Deformación máxima predictiva con: (με) $\varepsilon_P = \beta \frac{E_m}{E_P} \varepsilon_m$ (11)	Error Relativo %	Deformación total de análisis numérico (με)	Error Relativo %
1.000	1.835		1732,32	5,60	1.788,9	2,51
600 (Fuerza escalada al 60%)		164.983				

Tabla 12: Deformaciones máximas experimentales vs Fuerza aplicada en flexión en prototipo de acero y modelo a escala al 60% de PLA

condiciones de frontera de la Figura 1b, el esfuerzo máximo es de 434, 67 MPa. Fig. (4).

La Fig. (5) muestra la deformación máxima en la zona de ruptura con valor de 1.788 με.

La Tabla 12 muestra la comparación de los resultados obtenidos. En ella se observa que de acuerdo al análisis experimental a una carga de 1.000 N el valor obtenido con la Ecuación 11 y de acuerdo a la deformación experimental obtenida del álabe escalado al 60 % muestra un error relativo del 5,6%, Los resultados del modelo numérico muestra un resultado con un error relativo de 2,51% con respecto al modelo experimental del prototipo.

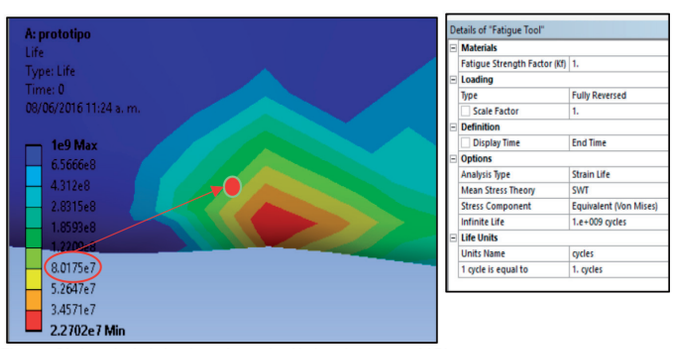


Fig. 6: Ciclos de inicio de grieta de álabe de acero AISI 410

3.3. EVALUACIÓN DE LA FATIGA

3.3.1. ESTIMACIÓN NUMÉRICA DE LA VIDA EN FATIGA DE ÁLABE

Con los datos de la Tabla 8 [22], se procedió a sustituir los valores de las propiedades elásticas y de fatiga, del acero AISI 410 en la ecuación 12. Como resultado se obtiene la ecuación 15; la cual se conoce como ecuación modificada de Smith Watson Topper (SWT).

E GPa	σ_{max} MPa	c	$\sigma'f$ MPa	b	$\varepsilon'f$	RA
200	740	-0,62	825	-0,085	0,598	45

Tabla 13: Propiedades elásticas y de fatiga del acero AISI 410

$$\varepsilon_a = 0{,}0315(2N)^{-0{,}152} + 2{,}78(2N)^{-0{,}696} \quad (15)$$

Se obtuvo la estimación del inicio de grieta en fatiga del álabe a partir de un análisis numérico. Este análisis se realizó en Ansys® Workbench en su módulo "Fatigue" a través del método deformación-vida con una carga completamente reversible, "Fully-Reversed", y la teoría de solución de la ecuación 12, SWT.

Descripción del experimento	Fuerza aplicada (Newton)	Deformación máxima Ɛa (με)	Número de ciclos N (Ciclos)
Simulaciones en ANSYS Workbench para conocer la vida en fatiga a partir de la ecuación de SWT	1.000	1.788,9	**80.175.000**
Estimación de vida en fatiga de álabe por medio de la ecuación de predicción (11) y la ecuación modificada de SWT (13)	1.000	1.732,32	**82.112.530**
Error relativo del número de ciclos entre análisis por elementos finitos y el calculado por ecuaciones 11 y 15	**3,16 %**		

Tabla 14: Comparación de resultados de estimación de vida en fatiga del álabe

A partir de la ecuación 15 y la deformación máxima predictiva obtenida a 1.000N en la Tabla 12, ecuación 11, se calcula el número de ciclos y se observan los resultados en la Tabla 14, Los resultados utilizando el programa de simulación numérica Ansys® Workbench y con el modelo analítico-experimental muestran un error relativo del 3,16 %.

Los resultados del análisis número de ciclos para el inicio de grieta en fatiga del álabe se observan en la Fig. 6. El número de ciclos obtenidos es 8.0175E7 ciclos = 80. 175. 000 ciclos.

4. CONCLUSIONES

Se obtuvieron ecuaciones predictivas para el cálculo de deformaciones, a partir de un coeficiente de correlación obtenido de forma experimental, aplicando el análisis dimensional, la teoría de similitud y modelos a escala. Se encontró un parámetro de experimentación **K**, que relaciona las deformaciones entre prototipo y modelo a escala. Se obtuvo una metodología analítico-experimental la cual considera las propiedades físicas y mecánicas de los materiales que permite estimar la vida útil de componentes mecánicos de geometrías complejas o de difícil análisis en laboratorio como son los álabes de turbinas de vapor en condiciones de fatiga mecánica. Se validaron las ecuaciones de predicción con prototipos de álabes de acero AISI 410, de la etapa L-0, de una turbina Toshiba de 37,5 MW, una de 110 MW y sus respectivos modelos a escala de los álabes al 60%, 40% y 30% de material termoplástico biodegradable de ácido poliláctico PLA. Los resultados muestran un porcentaje de error del 5,6% entre prototipo y el modelo a escala con la metodología analítico-experimental y un porcentaje de error del 2,51% con respecto a modelos numéricos. Se obtuvo la ecuación modificada, a partir del modelo analítico de SWT para estimar la vida en fatiga en álabes de turbina de vapor en función de la deformación total calculada a partir de la metodología desarrollada y el número de ciclos para el inicio de grieta. Los resultados muestran un error relativo del 3,16 %, Lo cual hace de esta metodología útil para estimación de vida de sistemas mecánicos complejos y de difícil análisis en laboratorio pero de gran importancia en la industria mecánica.

REFERENCIAS

[1] Kubiak J, Urquiza G, Rodriguez JA, et al, "Failure analysis of the 150 MW gas turbine blades", Engineering Failure Analysis, Vol, 16-6 p,1794-1804, DOI: https://doi,org/10,1016/j,engfailanal,2008,08,023.
[2] Kubiak J, Segura JA, Gonzalez et al, "Failure analysis of the 350 MW steam turbine blade root", Engineering Failure Analysis, Vol,16-4 p,1270-1281, DOI: https://doi,org/10,1016/j,engfailanal,2008,08,015.
[3] Segura JA, Castro L, Rosales I, "Diagnostic and failure analysis in blades of a 300 MW steam turbine", Engineering Failure Analysis, Vol,82, p,631-641, DOI: https://doi,org/10,1016/j,engfailanal,2017,04,039.
[4] Kubiak J, Urquiza G, García JC, "Failure analysis of steam turbine last stage blade tenon and shroud", Engineering Failure Analysis, ,Vol,14-8 p,1476-1487, DOI: https://doi,org/10,1016/j,engfailanal,2007,01,012.
[5] Mazur Z, Hernández-Rossette A, García-Illescas R, "Investigation of the failure of the L-0 blades", Engineering Failure Analysis, Vol,13-8 p,1338-1350, DOI: https://doi,org/10,1016/j,engfailanal,2005,10,018.
[6] Hamzaouia Y, Rodríguez JA, Hernández JA, et al, "Optimization of operating conditions for steam turbine using an artificial neural network inverse", Applied Thermal Engineering, Vol,75 p,648-657 DOI: https://doi,org/10,1016/j,applthermaleng,2014,09,065.
[7] Acosta-Flores M, Jimenez-Lopez E, Rodriguez-Ramirez, JA, "Model for the experimental analysis of intralaminar stresses in composite materials subjected to axial load", DYNA, Vo,91-2 p,216-222, DOI: http://dx,doi,org/10,6036/7490.
[8] Jessop HT, Harris FC, Photoelasticity principles and methods, 1St Edition, New York: Dover Publications, 1950, 184p.
[9] Henry LL, Dimensional Analysis and Theory of models, 1ª Edition, United Kingdom: John Wiley & Sons, 1960, 166p, ISBN-13: 978-0882756820.
[10] Nahavandi AN, Castellana F,S, Moradkhanian NE, "Scaling Laws for Modeling Nuclear Reactor Systems", Nuclear Science and Engineering, Vol,72-1 p,75-83, DOI: https://doi,org/10,13182/NSE79-A19310.
[11] Rudd RE, Broughtton JQ, "Atomistic simulation of mems resonators through the coupling of length scales", Journal of Modeling and Simulation of Microsystems, Vol,1 p,29-38.
[12] Ajay KR, "Design, modelling and experimentation of a new large-scale photocatalytic reactor for water treatment", Chemical Engineering Science, Vol,54-15 p,3113-3125 DOI: https://doi,org/10,1016/S0009-2509(98)00507-7.
[13] Choi WS, Park GJ, "Structural optimization using equivalent static loads at all time intervals", Computer Methods Applied Mechanical Engineering, Vo,191 p,2077–2094, DOI: https://doi,org/10,1016/S0045-7825(01)00373-5.
[14] Clive LD, Principles of Mathematical Modeling, 2nd Edition, California: Elsevier, Harvey Mudd College Claremont, 2004, 303p,ISBN:9780122265518.
[15] Hong TK, "Fatigue prediction of spot-welded joints using equivalent structural stress", Materials & Design, Vo,28-3 p,837-843 DOI: https://doi,org/10,1016/j,matdes,2005,11,001.
[16] Zohuri B, Dimensional Analysis and Slf-Similarity Methods for Engineers and Scientists, 1ª edición, Albuquerque: Springer, 2015, 379p, ISBN: 978-3-319-13475-8.
[17] Hammond Lloyd, Saunders, David S, The applicability of scaling laws to underwater shock tests, Defence Science and Technology Organisation and Aeronautical and Maritime Research Laboratory, DSTO, Melbourne: 1997, 18p, https://trove,nla,gov,au/version/9002724.
[18] Hiriart-Le Bert Gerardo, Evaluación de la Energía Geotérmica en México, México, DF, mayo de 2011, Informe para el BID, México.
[19] Bruciaga Wenceslao, La energía del México profundo: avances y logros del Cemie-Geotermia, 8 de diciembre 2016.
[20] Kubiak Janusz, García Juan, Diagnóstico, estimación de vida remanente y asistencia para implementar correcciones de las fallas de los álabes del último paso de las turbinas geotérmicas de 110 y 37,5 MW: Medición de la frecuencia natural de los álabes del último paso de la turbina geotérmica de 37,5 MW, INFORME PARCIAL No, 48, 2015, Subdirección de generación de Comisión Federal de Electricidad (CFE).
[21] Schijve J, Fatigue of Structures and Material, 2ª edición, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004, 527p, ISBN: 0-7923-7013-9.
[22] Cano-García Sergio, "Simulación numérica del daño en álabes de turbinas de vapor en bajos ciclos de fatiga", José Alfredo Rodríguez Ramírez, Maestría, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, Morelos, 2015.